ROZDZIAŁ 4

Grawitacja i elementy astronomii

Fizyka. Zbiór zadań maturalnych temat po temacie. Poziom rozszerzony 2027

W tym rozdziale

Zakres	IV. Grawitacja i elementy astronomii (podstawa programowa, zakres rozszerzony)
R. Repetytorium	Prawo powszechnego ciążenia i przyspieszenie grawitacyjne; Ruch po orbicie kołowej. Nieważkość i przeciążenie; Prawa Keplera; Energia w polu grawitacyjnym. Prędkość ucieczki; Budowa Wszechświata. Prawo Hubble'a; ramki „Na maturze" i „Typowe błędy"
A. Zadania wprowadzające	zadania 1–5 · 18 punktów
B. Zadania maturalne	zadania 6–13 · 46 punktów
C. Zadania trudniejsze	zadania 14–17 · 32 punkty
Razem	17 zadań (53 polecenia, w tym 27 rachunkowych), 96 punktów
Rozwiązania	osobny plik: klucz do zadań zamkniętych, rozwiązania etapowe zadań rachunkowych, przykładowe odpowiedzi i zasady oceniania w układzie CKE (z wymaganiami podstawy programowej przy każdym poleceniu)

Jak pracować z rozdziałem

A	Zadania sprawdzające podstawowe pojęcia, prawa i zależności działu.
B	Zadania w formule egzaminu maturalnego (Formuła 2023): wiązki poleceń do wspólnego opisu sytuacji, rysunku, wykresu albo doświadczenia.
C	Zadania wymagające łączenia wiadomości z kilku działów, wieloetapowych obliczeń, wyprowadzeń i analizy danych pomiarowych.
Obliczenia	Zapisz zastosowane prawa i zależności, obliczenia pośrednie i wynik z jednostką. Stałe fizyczne bierz z broszury CKE albo z treści zadania („Przyjmij, że…").
Pomoce	Jak na maturze: *Wybrane wzory i stałe fizykochemiczne na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki*, linijka, kalkulator naukowy. Symbole przy numerze zadania:  – potrzebny kalkulator, – potrzebna linijka.

Opracowanie własne „Pierwsza Ławka". Zakres zgodny z podstawą programową kształcenia ogólnego – fizyka, zakres rozszerzony (Dz.U. 2024 poz. 1019), bez wymagań, z których nie przeprowadza się egzaminu maturalnego, oraz z Informatorem o egzaminie maturalnym z fizyki od roku szkolnego 2024/2025. Zbiór nie jest materiałem Centralnej Komisji Egzaminacyjnej. Typy zadań i zasady oceniania wzorowane na egzaminie maturalnym CKE.

R Repetytorium

Prawo powszechnego ciążenia i przyspieszenie grawitacyjne

Dwa ciała o masach m_1 i m_2 (masy punktowe albo kule o symetrii sferycznej) przyciągają się siłami o wartości $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$, gdzie r – odległość środków, $G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg². Siły te mają ten sam kierunek, przeciwne zwroty i równe wartości (III zasada dynamiki), ale nadają ciałom różne przyspieszenia. Siła grawitacji Ziemi jest przyczyną spadania ciał.

Przyspieszenie grawitacyjne w odległości $r \geq R$ od środka planety o masie M: $g(r) = \frac{GM}{r^2}$; na powierzchni $g = \frac{GM}{R^2}$, stąd $GM = gR^2$. Dla planety o średniej gęstości ρ: $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$, więc $g = \frac{4}{3}\pi G \rho R$. Na wysokości h: $g_h = g\frac{R^2}{(R+h)^2}$.

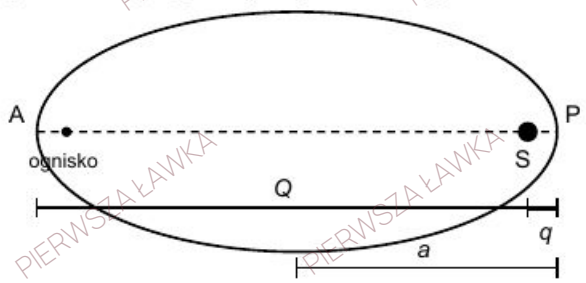
Ruch po orbicie kołowej. Nieważkość i przeciążenie

Na satelitę krążącego po orbicie kołowej o promieniu r działa tylko siła grawitacji – pełni ona rolę siły dośrodkowej: $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$, stąd $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ i $T = \frac{2\pi r}{v}$. Prędkość nie zależy od masy satelity. Dla $r = R$ otrzymujemy pierwszą prędkość kosmiczną $v_I = \sqrt{gR}$ (dla Ziemi ok. 7,9 km/s).

Ciężar pozorny to siła, z jaką ciało naciska na podłoże lub napina zawieszenie. W układzie poruszającym się z przyspieszeniem $\vec{a}$ (skierowanym w górę – dodatnie) nacisk ma wartość $N = m(g + a)$. **Przeciążenie**: $N > mg$; **niedociążenie**: $N < mg$; **nieważkość**: $N = 0$, gdy ciało i układ poruszają się z tym samym przyspieszeniem wynikającym wyłącznie z grawitacji (swobodny spadek, lot po paraboli, ruch na orbicie). W stanie nieważkości siła grawitacji nadal działa.

Prawa Keplera

I prawo: planety poruszają się po elipsach, w których jednym z ognisk jest Słońce (siła grawitacji jest skierowana do środka Słońca, a nie do środka elipsy). Półoś wielka $a = \frac{q+Q}{2}$, gdzie q – najmniejsza (peryhelium P), Q – największa odległość od Słońca (aphelium A).



II prawo: promień wodzący zakreśla w równych czasach równe pola. Wynika z zasady zachowania momentu pędu – siła grawitacji jest centralna, jej moment względem Słońca jest równy zeru. W punktach P i A prędkość jest prostopadła do promienia wodzącego: $mv_P q = mv_A Q$.

III prawo: dla ciał krążących wokół tego samego ciała centralnego $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{const}$. Dla ciał Układu Słonecznego wygodnie: T [lata], a [au] $\Rightarrow T^2 = a^3$.

Energia w polu grawitacyjnym. Prędkość ucieczki

Energia potencjalna grawitacji układu masa M – masa m (zero w nieskończoności): $E_p = -\frac{GMm}{r}$.

Zmiana przy przeniesieniu z r_1 do r_2: $\Delta E_p = GMm\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$. Wzór $\Delta E_p = mgh$ jest przybliżeniem słusznym tylko dla $h \ll R$.

Gdy działa tylko grawitacja, energia mechaniczna jest stała: $\frac{mv_1^2}{2} - \frac{GMm}{r_1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{GMm}{r_2}$.

Druga prędkość kosmiczna (prędkość ucieczki) – najmniejsza prędkość, z jaką ciało wyrzucone z powierzchni oddali się nieograniczenie: $\frac{mv_{II}^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0 \Rightarrow v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2}\,v_I$ (dla Ziemi ok. 11,2 km/s).

Budowa Wszechświata. Prawo Hubble'a

Układ Słoneczny: Słońce, 8 planet (Merkury, Wenus, Ziemia, Mars – skaliste; Jowisz, Saturn, Uran, Neptun – olbrzymy), planety karłowate, księżyce, planetoidy, komety. Słońce jest jedną z ok. 10^{11} gwiazd naszej Galaktyki (Drogi Mlecznej), a Galaktyka – jedną z ogromnej liczby galaktyk we Wszechświecie.

Jednostka	Definicja	Wartość (karta CKE)
jednostka astronomiczna, au	w przybliżeniu średnia odległość Ziemi od Słońca	1 au = 1,496 · 10^{11} m
rok świetlny, ly	droga światła w próżni w ciągu roku	1 ly ≈ 9,461 · 10^{15} m

Wielki Wybuch – początek znanego nam Wszechświata, który od tamtej chwili się rozszerza. Odległe galaktyki oddalają się od nas (i od siebie nawzajem) z prędkością proporcjonalną do odległości: **prawo Hubble'a** $v = H_0 d$. Odwrotność stałej Hubble'a, $1/H_0$, daje rząd wielkości wieku Wszechświata. Karta CKE podaje $H_0 \approx 70$ (km/s)/Mpc, 1 pc = 3,0857 · 10^{16} m oraz 1 ly ≈ 0,3066 pc; 1 Mpc = 10^6 pc.

Na maturze

- Typowe polecenia: „Oblicz … Zapisz obliczenia.", „Wyznacz … w zależności tylko od G, M i r" (w wyniku nie może być innych wielkości), „Narysuj wektor siły … z zachowaniem punktu przyłożenia i kierunku", „Oceń prawdziwość stwierdzeń", „Dokończ zdanie – wybierz odpowiedź i jej uzasadnienie".
- W zadaniach z III prawa Keplera CKE często każe porównać ciało z Ziemią (T = 1 rok, a = 1 au) – wtedy nie trzeba znać masy Słońca. Półoś wielką trzeba najpierw wyznaczyć z danych o odległościach.
- Wektor siły grawitacji zaczepia się w ciele, na które siła działa, i kieruje do środka ciała przyciągającego.
- Wynik podaje się z jednostką i zwykle z dokładnością do 2–3 cyfr znaczących; masy i promienie Ziemi i Słońca bierze się z karty wzorów, a pozostałe dane – z treści zadania. Pomiar wysokości nad powierzchnią i promienia orbity to różne wielkości: $r = R + h$.

Typowe błędy

Tak traci się punkty	Tak jest dobrze	Dlaczego

Wektor przyspieszenia (siły) ciała na orbicie eliptycznej skierowany do środka elipsy albo wzdłuż prędkości.	Wektor przyspieszenia zaczepiony w ciele i skierowany do środka Słońca, które leży w ognisku elipsy.	Siła grawitacji jest centralna; przyspieszenie ma kierunek siły wypadkowej, a nie prędkości. Do środka toru kieruje się ono tylko w ruchu jednostajnym po okręgu.
Siła wypadkowa w II zasadzie dynamiki zapisana bez siły grawitacji, np. $N = ma$ dla pasażera windy.	Z uwzględnieniem wszystkich sił i zwrotu przyspieszenia (oś w górę): $N - mg = ma$, stąd $N = m(g + a)$.	Siła grawitacji działa zawsze – także w windzie i na orbicie; jej pominięcie prowadzi do złej siły wypadkowej.
III prawo Keplera zapisane jako $T^3 \sim a^2$ albo błędne pierwiastkowanie: $T = a^{3/2}$ liczone jako $a^{2/3}$.	$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} \Rightarrow T_2 = T_1(\frac{a_2}{a_1})^{3/2}$.	Kwadrat dotyczy okresu, sześcian – półosi wielkiej; wykładniki łatwo pomylić przy przekształcaniu.
Za półoś wielką przyjęta największa odległość od Słońca albo różnica odległości $Q - q$.	$a = \frac{q + Q}{2}$ – połowa sumy najmniejszej i największej odległości od Słońca.	Wielka oś elipsy łączy peryhelium z aphelium i przechodzi przez ognisko, w którym jest Słońce.
Zasada zachowania momentu pędu $v_1 r_1 = v_2 r_2$ stosowana w dowolnych punktach orbity albo ze źle wyznaczoną odległością od Słońca.	Iloczyn vr porównuje się w peryhelium i aphelium, gdzie prędkość jest prostopadła do promienia wodzącego; odległości mierzy się od środka Słońca.	W innych punktach moment pędu to $mvr \sin \alpha$ – kąt między prędkością a promieniem nie jest prosty.

A Zadania wprowadzające

Zadanie 1. (0–3)

Dwa duże statki towarowe stoją w porcie zacumowane burta w burtę. Masa pierwszego statku wynosi $m_1 = 2{,}0 \cdot 10^8$ kg, a drugiego $m_2 = 1{,}2 \cdot 10^8$ kg. Odległość środków mas statków wynosi $d = 80$ m.

Przyjmij, że siłę oddziaływania grawitacyjnego statków można obliczyć tak jak dla dwóch mas punktowych.

Zadanie 1.1. (0–2)

Oblicz wartość siły, z jaką statki przyciągają się grawitacyjnie. Zapisz obliczenia.

Obliczenia

Zadanie 1.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Gdyby odległość środków mas statków zwiększyła się dwukrotnie, a masa drugiego statku zmalała o połowę (po rozładunku), to wartość siły przyciągania grawitacyjnego statków

A. zmalałaby 8 razy.

B. zmalałaby 4 razy.

C. zmalałaby 2 razy.

D. zmalałaby 16 razy.

Zadanie 2. (0–4)

Wenus ma masę $M_W = 4{,}867 \cdot 10^{24}$ kg i średni promień $R_W = 6{,}052 \cdot 10^6$ m. W latach 1970–1982 na jej powierzchni lądowały radzieckie sondy Wenera. Pomiń wpływ obrotu planety.

Zadanie 2.1. (0–2)

Oblicz wartość przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni Wenus. Wynik podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących. Zapisz obliczenia.

Obliczenia

Zadanie 2.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Planeta o takiej samej średniej gęstości jak Wenus, ale o dwukrotnie większym promieniu, miałaby na powierzchni przyspieszenie grawitacyjne

A. dwa razy mniejsze niż Wenus.

B. cztery razy większe niż Wenus.

C. dwa razy większe niż Wenus.

D. takie samo jak Wenus.

Zadanie 2.3. (0–1)

Uzupełnij zdanie. Wybierz właściwe określenia spośród podanych w nawiasach.

Ciężar lądownika na powierzchni Wenus jest (mniejszy / większy) niż na powierzchni Ziemi, a jego masa jest (mniejsza / taka sama / większa) niż na Ziemi.

Zadanie 3. (0–4)

Odległości w Układzie Słonecznym wyraża się zwykle w jednostkach astronomicznych (au), a odległości do gwiazd – w latach świetlnych (ly). Syriusz A, najjaśniejsza gwiazda nocnego nieba, znajduje się w odległości ok. 8,6 ly od Układu Słonecznego, a Neptun krąży w odległości ok. 30,1 au od Słońca. Wartości jednostek odczytaj z karty wzorów i stałych CKE.

Zadanie 3.1. (0–2)

Oblicz, ile godzin biegnie światło ze Słońca do Neptuna, oraz wyraź odległość do Syriusza w jednostkach astronomicznych. Wyniki podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących. Zapisz obliczenia.

Obliczenia

Zadanie 3.2. (0–2)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Słońce jest jedną z wielu miliardów gwiazd naszej Galaktyki.	**P**	**F**
2.	Rok świetlny jest jednostką czasu używaną w astronomii.	**P**	**F**
3.	Odległość 1 au jest znacznie większa niż odległość Ziemi od Księżyca.	**P**	**F**

Zadanie 4. (0–4)

Satelita meteorologiczny o masie 1,5 t krąży wokół Ziemi po orbicie kołowej na wysokości h = 800 km nad jej powierzchnią. Masę i promień Ziemi odczytaj z karty wzorów i stałych CKE.

Zadanie 4.1. (0–2)

Oblicz wartość prędkości satelity na orbicie (względem środka Ziemi). Zapisz obliczenia.

Obliczenia

Zadanie 4.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Gdyby na tej samej orbicie krążył satelita o dwukrotnie większej masie, to wartość jego prędkości byłaby

A. $\sqrt{2}$ razy mniejsza.

B. taka sama.

C. dwa razy mniejsza.

D. dwa razy większa.

Zadanie 4.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Siła wypadkowa działająca na satelitę krążącego ruchem jednostajnym po orbicie kołowej

A	jest równa zeru,	ponieważ	**1.**	siła grawitacji zmienia kierunek prędkości satelity i pełni rolę siły dośrodkowej.
B	jest skierowana do środka Ziemi,		**2.**	ruch jednostajny nie wymaga działania żadnej siły (I zasada dynamiki).
			3.	siła odśrodkowa równoważy siłę grawitacji.

Zadanie 5. (0–3)

W lotach parabolicznych samolot najpierw wznosi się stromo, potem leci po torze zbliżonym do paraboli tak, że silniki tylko równoważą opór powietrza – przez ok. 20 s pasażerowie unoszą się swobodnie w kabinie. Następnie samolot wychodzi z lotu nurkowego: porusza się po łuku, który w najniższym punkcie można traktować jak łuk okręgu o promieniu $R = 2000$ m, z prędkością o wartości $v = 150$ m/s.

Zadanie 5.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących fazy lotu po paraboli. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Na pasażera w kabinie nie działa siła grawitacji.	**P**	**F**
2.	Pasażer i samolot poruszają się z takim samym przyspieszeniem, równym przyspieszeniu grawitacyjnemu.	**P**	**F**

Zadanie 10.4. (0–2)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Z prawa Hubble'a wynika, że dla każdej z galaktyk iloraz prędkości oddalania i odległości ma tę samą wartość.	**P**	**F**
2.	Gdyby stała Hubble'a była dwa razy większa, wartość $1/H_0$ byłaby dwa razy większa.	**P**	**F**
3.	Prawo Hubble'a dotyczy galaktyk odległych od nas, a nie ruchu planet w Układzie Słonecznym.	**P**	**F**

Zadanie 11. (0–5)

Satelity systemu nawigacji GPS krążą po orbitach bliskich kołowym, okrążając Ziemię dwa razy w ciągu doby gwiazdowej – okres obiegu wynosi 11 h 58 min. Masę i promień Ziemi odczytaj z karty wzorów i stałych CKE.

Zadanie 11.1. (0–3)

Oblicz wysokość, na jakiej nad powierzchnią Ziemi krążą satelity GPS. Wynik podaj w kilometrach z dokładnością do trzech cyfr znaczących. Zapisz obliczenia.

Obliczenia

Zadanie 11.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Gdyby satelita krążył po orbicie kołowej o promieniu czterokrotnie większym niż orbita satelitów GPS, jego okres obiegu byłby

A. 16 razy dłuższy.

B. 4 razy dłuższy.

C. 8 razy dłuższy.

D. 2 razy dłuższy.

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z fizyki (poziom rozszerzony) – zbiór zadań, rozdział 4: Grawitacja i elementy astronomii – repetytorium, zadania i zasady oceniania

Podgląd pokazał 8 z 24 stron. Pełna wersja: 24 stron A4, PDF do druku.

- Zadania (24 strony): repetytorium działu (Prawo powszechnego ciążenia i przyspieszenie grawitacyjne, Ruch po orbicie kołowej.
- Rozwiązania (23 strony): klucz do zadań zamkniętych, rozwiązania zadań rachunkowych krok po kroku, przykładowe odpowiedzi do zadań otwartych i zasady oceniania w układzie CKE – za

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/fizyka-matura-zbior-zadan-rozdzial-04-grawitacja-i-astronomia