PIERWSZA ŁAWKA · NAJCZĘSTSZE ZADANIA MATURALNE · PP · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM PODSTAWOWY

E. Funkcja kwadratowa i optymalizacja

Postać ogólna, kanoniczna i iloczynowa, wierzchołek, oś symetrii, zbiór wartości i monotoniczność, wartość największa i najmniejsza w przedziale domkniętym, wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej (zadania za 2–4 pkt), nierówność kwadratowa, zadania optymalizacyjne z dziedziną z kontekstu. Sześć kart: wzorcowe rozwiązania i zasady oceniania CKE, trening, zadania na poziomie matury, zadania trudniejsze i test w grupach A i B – z kluczem i schematami punktowania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Funkcja kwadratowa i optymalizacja – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE** Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka	4 zad. 8 pkt
2	**Funkcja kwadratowa i optymalizacja – trening** Zadania krok po kroku	8 zad. 19 pkt
3	**Funkcja kwadratowa i optymalizacja – zadania na poziomie matury** Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026	6 zad. 15 pkt
4	**Funkcja kwadratowa i optymalizacja – zadania trudniejsze** Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu	5 zad. 12 pkt
5	**Test: Funkcja kwadratowa i optymalizacja – grupa A** 45 minut · 15 pkt	7 zad. 15 pkt
6	**Test: Funkcja kwadratowa i optymalizacja – grupa B** 45 minut · 15 pkt	7 zad. 15 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe, typowe uwagi w zasadach oceniania) oraz wzorcowe rozwiązania krok po kroku.
- Karty 2–4 prowadzą od treningu, przez zadania na poziomie matury, do zadań trudniejszych.
- Karty 5 i 6 to równoległy test (grupa A i B) z punktacją jak na maturze.
- Klucz zawiera odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania w stylu CKE 2026.
- Osobny plik „Powtórka” zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy z sprawozdań CKE i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: V.7–V.11, XIII, III.4 (V.12); cele ogólne II, III.2, IV.4. Częstość na maturze: funkcja kwadratowa – w 4 z 4 arkuszy majowych PP 2023–2026 (6 pozycji, 10 pkt; w 6 z 6 arkuszy diagnostycznych i próbnych – 20 pkt); optymalizacja – w 4 z 4 (4 pozycje, 11 pkt); wzór funkcji za 4 pkt (2026) i optymalizacja za 4 pkt (2025) – poziom wykonania 38%. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Funkcja kwadratowa i optymalizacja – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE

Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Jak to wygląda na maturze.** Funkcja kwadratowa jest w każdym arkuszu PP (2023–2026) – zadania zamknięte (wierzchołek, oś symetrii, zbiór wartości, postać z wykresu) i otwarte: wzór funkcji za 2–4 pkt (2025 – zadanie 12, 2026 – zadanie 14), na końcu arkusza **optymalizacja za 4 pkt** (2024, 2025). Poziom wykonania zadań „wzór funkcji" (2026) i „optymalizacja" (2025) wyniósł tylko ok. 38% (średni odsetek zdobytych punktów) – tu są punkty do zdobycia.

postać	wzór	co od razu widać
ogólna	$f(x) = ax^2 + bx + c$	a – kierunek ramion; $(0, c)$ – punkt przecięcia z osią Oy
kanoniczna	$f(x) = a(x - p)^2 + q$	wierzchołek $W = (p, q)$, oś symetrii $x = p$, zbiór wartości
iloczynowa	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	miejsca zerowe x_1, x_2; $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$

- **Wierzchołek i zbiór wartości.** $p = -\frac{b}{2a}$, a q najbezpieczniej obliczyć jako $q = f(p)$ (albo $q = -\frac{\Delta}{4a}$). Dla $a > 0$: zbiór wartości $\langle q, +\infty)$, funkcja maleje w $(-\infty, p\rangle$ i rośnie w $\langle p, +\infty)$; dla $a < 0$ – odwrotnie, zbiór wartości $(-\infty, q\rangle$. Jeżeli $f(x_1) = f(x_2)$, to oś symetrii ma równanie $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$.
- **Wartość największa i najmniejsza w przedziale $\langle m, n\rangle$** (V.10): 1) oblicz p; 2) oblicz $f(m)$ i $f(n)$; 3) jeśli $p \in \langle m, n\rangle$, oblicz też $f(p)$; 4) wybierz największą i najmniejszą z tych liczb. Gdy p leży poza przedziałem, funkcja jest w nim monotoniczna – q **nie** jest wtedy żadną z szukanych wartości.
- **Wzór funkcji – zasady oceniania CKE 2026 (4 pkt).** Każdą informację zamień na zapis: wierzchołek → postać kanoniczna z nieznanym a; miejsca zerowe → postać iloczynowa; monotoniczność → p; zbiór wartości → q i znak a; punkt wykresu → równanie z a; $g(x) = f(x - k)$ i $g(t) = 0 \to f(t - k) = 0$. Punkty: 1 – jedna informacja zapisana; 2 – komplet informacji (np. równanie z niewiadomą a); 3 – wartość a; 4 – postać ogólna. Błędne odczytanie miejsca zerowego lub wierzchołka – co najwyżej 2 pkt.
- **Optymalizacja – 6 kroków (zasady oceniania 2024–2025, 4 pkt).** 1) Oznacz zmienną z jednostką („x – szerokość w m"). 2) Zapisz związek z treści. 3) Zapisz wielkość, która ma być największa/najmniejsza, jako funkcję **jednej** zmiennej. 4) Podaj **dziedzinę z kontekstu** (długości dodatnie!). 5) Oblicz p, sprawdź, że p należy do dziedziny i że $a < 0$ (maksimum) albo $a > 0$ (minimum). 6) Odpowiedz na **wszystkie** pytania. Punkty: 1 – związek albo dziedzina; 2 – funkcja jednej zmiennej; 3 – funkcja i dziedzina albo funkcja i p; 4 – komplet.

Funkcja kwadratowa i optymalizacja – trening

Zadania krok po kroku

KARTA 2/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 19 pkt

Zadanie 1. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^2 - 10x + 9$. Uzupełnij. ___ / 5 pkt

1. Wierzchołek paraboli: _____
2. Postać kanoniczna: $f(x) =$ _____
3. Miejsca zerowe: _____
4. Postać iloczynowa: $f(x) =$ _____
5. Zbiór wartości: _____

Zadanie 2. Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -3(x + 2)^2 + 7$ jest przedział ___ / 1 pkt

A. $\langle -2, +\infty)$ **B.** $\langle 7, +\infty)$

C. $(-\infty, -2\rangle$ **D.** $(-\infty, 7\rangle$

Zadanie 3. Funkcja $f(x) = 2x^2 + 12x - 1$ jest rosnąca w przedziale ___ / 1 pkt

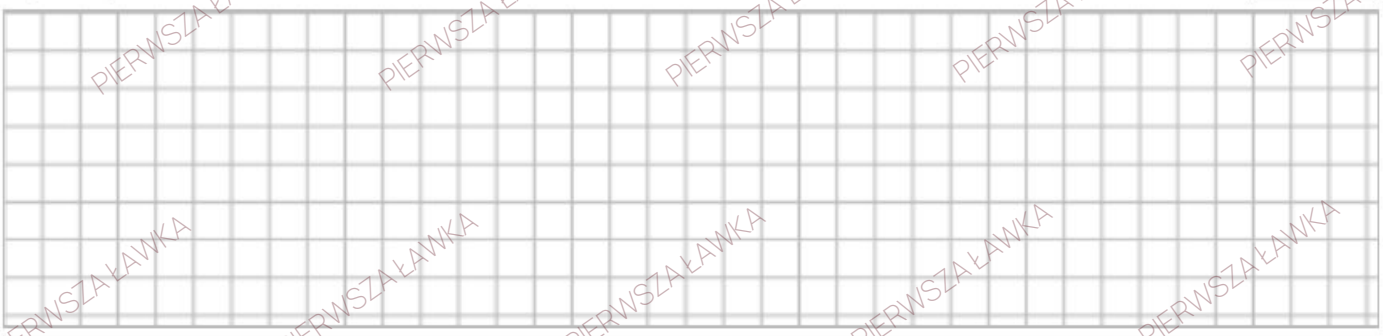
A. $\langle -19, +\infty)$ **B.** $\langle -3, +\infty)$

C. $(-\infty, -3\rangle$ **D.** $\langle 3, +\infty)$

Zadanie 4. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^2 - 4x - 1$. Uzupełnij (przedział $\langle -1, 3\rangle$). ___ / 4 pkt

1. Największa wartość funkcji f w tym przedziale: _____
2. Argument, dla którego jest przyjmowana: _____
3. Najmniejsza wartość funkcji f w tym przedziale: _____
4. Argument, dla którego jest przyjmowana: _____

Zadanie 5. Wierzchołkiem paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f, jest punkt $W = (2, -3)$. Do wykresu należy punkt $(4, 5)$. Wyznacz wzór funkcji f w postaci kanonicznej i ogólnej. ___ / 2 pkt



Podgląd • Pierwsza Ławka

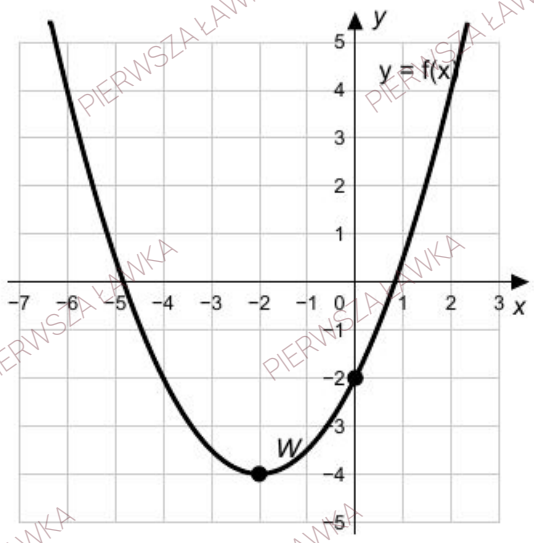
Funkcja kwadratowa i optymalizacja – zadania na poziomie matury

Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026

KARTA 3/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 15 pkt

Zadanie 1. Wykresem funkcji kwadratowej *f* jest parabola o wierzchołku *W* = (−2, −4), która przecina oś *Oy* w punkcie (0, −2) (zobacz rysunek). ___ / 4 pkt



1.1. Wyznacz wzór funkcji *f* w postaci kanonicznej. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

1.2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Zbiorem wartości funkcji *f* jest przedział ___ / 1 pkt

A. ⟨−2, +∞)
B. (−∞, −4⟩
C. (−∞, −2⟩
D. (−4, +∞)

1.3. Funkcja *g* jest określona wzorem *g*(*x*) = *f*(*x* − 3).
Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe. ___ / 1 pkt

Najmniejsza wartość funkcji *g* w przedziale ⟨2, 5⟩ jest równa _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Miejscami zerowymi funkcji $f(x) = -(x - 1)^2 + 16$ są liczby

___ / 1 pkt

A. −15 i 17 **B.** 1 i 16

C. −3 i 5 **D.** 3 i −5

Zadanie 3. Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = x^2 + 2x - 3$.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 4\rangle$ jest równa

___ / 1 pkt

A. −4 **B.** 0 **C.** 21 **D.** −3

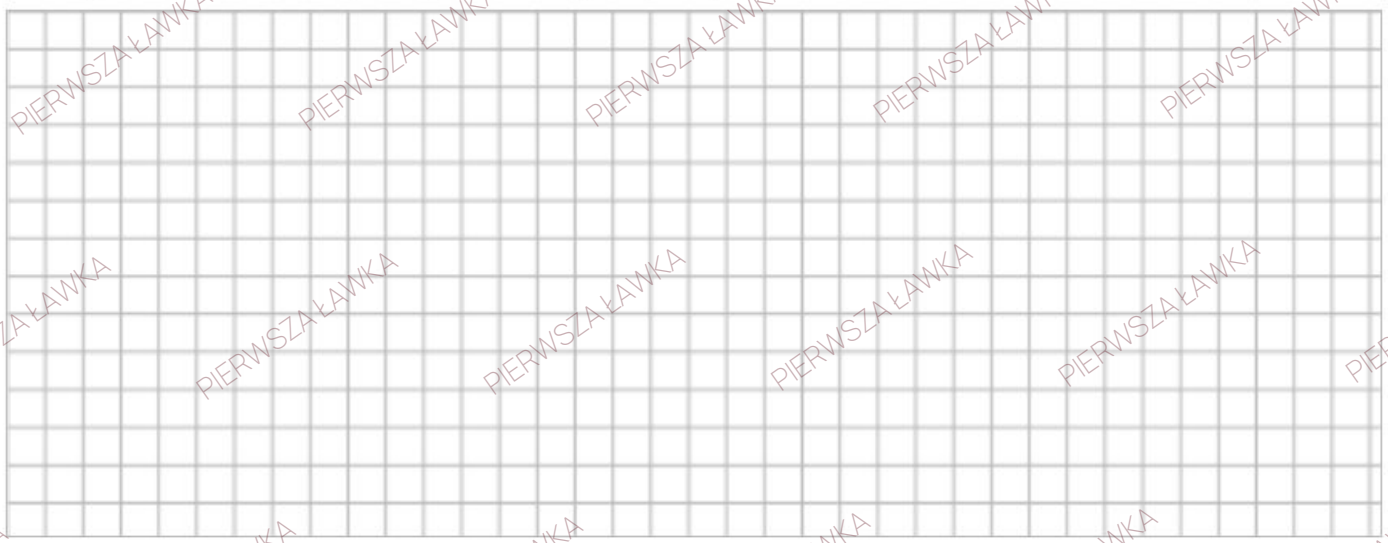
Zadanie 4. Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -2x^2 + 16x - 26$.
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. Funkcja f jest rosnąca w przedziale $(-\infty, 4)$.	**P**	**F**
2. Największa wartość funkcji f jest równa 4.	**P**	**F**

Zadanie 5. Funkcja kwadratowa f jest rosnąca w przedziale $(-\infty, 1\rangle$ i malejąca w przedziale $\langle 1, +\infty)$. Największa wartość funkcji f jest równa 27, a jednym z jej miejsc zerowych jest liczba −2. Wyznacz wzór funkcji f w postaci ogólnej. Zapisz obliczenia.

___ / 4 pkt



Podgląd • Pierwsza Ławka

Funkcja kwadratowa i optymalizacja – zadania trudniejsze

KARTA 4/6

Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 12 pkt

Zadanie 1. Sklep ustalił, że gdy cena kubka wynosi c zł, to dziennie sprzedaje się $420 - 20c$ kubków (model stosujemy, gdy obie te liczby są dodatnie). Oblicz, przy jakiej cenie dzienny przychód ze sprzedaży kubków jest największy, i oblicz ten przychód. Zapisz obliczenia.

___ / 4 pkt

Zadanie 2. Funkcja $f(x) = x^2 + bx + c$ spełnia warunek $f(1) = f(5)$, a jej najmniejsza wartość jest równa -7. Wyznacz b i c. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 3. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 2x^2 - 12x + 11$.
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

___ / 2 pkt

1. Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle 0, 2\rangle$ jest równa _____ .
2. Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 6\rangle$ jest równa _____ .

Zadanie 4. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Wykres funkcji $f(x) = a(x + 3)(x - 5)$ przechodzi przez punkt $(3, 24)$. Największa wartość funkcji f jest równa

___ / 1 pkt

A. -32 **B.** 16 **C.** 24 **D.** 32

Podgląd • Pierwsza Ławka

Test: Funkcja kwadratowa i optymalizacja – grupa A

KARTA 5/6

45 minut · 15 pkt

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 15 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = 2(x + 3)^2 - 5$ jest przedział ___ / 1 pkt

A. $(-\infty, -5\rangle$ **B.** $\langle 5, +\infty)$

C. $\langle -5, +\infty)$ **D.** $\langle -3, +\infty)$

Zadanie 2. Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -x^2 + 2x + 8$.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 3, 5\rangle$ jest równa ___ / 1 pkt

A. 1 **B.** 5 **C.** 9 **D.** −7

Zadanie 3. Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x - 2)(x + 6)$.
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x = -2$.	**P**	**F**
2. Funkcja f jest rosnąca w przedziale $\langle -2, +\infty)$.	**P**	**F**

Zadanie 4. Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = x^2 - 6x - 11$.
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, która jest wykresem funkcji f, jest równa _____ .
2. Najmniejsza wartość funkcji f jest równa _____ .

Zadanie 5. Rozwiąż nierówność $3x^2 - 7x - 6 < 0$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom podstawowy) – najczęstsze zadania: Funkcja kwadratowa i optymalizacja (karty pracy, test A i B, powtórka)

Podgląd pokazał 7 z 22 stron. Pełna wersja: 22 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Funkcja kwadratowa i optymalizacja – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 2: Funkcja kwadratowa i optymalizacja – trening – 8 zadań, 19 pkt
- Karta 3: Funkcja kwadratowa i optymalizacja – zadania na poziomie matury – 6 zadań, 15 pkt
- Karta 4: Funkcja kwadratowa i optymalizacja – zadania trudniejsze – 5 zadań, 12 pkt
- Karta 5: Test: Funkcja kwadratowa i optymalizacja – grupa A – 7 zadań, 15 pkt
- Karta 6: Test: Funkcja kwadratowa i optymalizacja – grupa B – 7 zadań, 15 pkt Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe i uwagi z zasad oceniania) oraz wzorco

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-podstawowa-najczestsze-zadania-e-funkcja-kwadratowa-i-op