		• Drugi przykład: 15% z 240. „Ile to 10% z 240?” – 24. „A 5%?” – połowa z 24, czyli 12. „Razem?” – 36. Sprawdzenie: 0,15 · 240 = 36. • Dalej: 4% z 350 = 0,04 · 350 = 14; 1% z 600 = 6; 125% z 48 = 1,25 · 48 = 60. Pyta: „Dlaczego wynik jest większy od 48?” – bo 125% to więcej niż całość. • Poleca rozwiązać zadania 3 i 4.	• Wyjaśniają, że procent większy niż 100% daje wynik większy od liczby. • Rozwiązują zadania 3 i 4.
26–33 min	Czy to zawsze tyle samo?	• Pyta: „Co jest większe: 10% z 300 czy 30% ze 100?”. Uczniowie liczą: 30 i 30. • Wyjaśnia: p% z b = b% z p, bo mnożenie jest przemienne – to bywa skrótem w rachunkach. • Poleca zadanie 5 (prawda/fałsz).	• Sprawdzają obie strony rachunkiem. • Rozwiązują zadanie 5.
33–42 min	Procent z reszty – zadanie z kiermaszu	• Czyta zadanie 6 (kiermasz, 1 250 zł). Pyta: „Z jakiej kwoty liczymy 20%?” – z reszty, czyli z 450 zł, a nie z 1 250 zł. • Pokazuje typowy błąd na tablicy: 20% z 1 250 zł = 250 zł, zostaje 200 zł – i pyta, gdzie jest pomyłka. • Chodzi po klasie i sprawdza zapis: dane, obliczenia, odpowiedź.	• Rozwiązują zadanie 6 samodzielnie: 800 zł, 450 zł, 90 zł, 360 zł. • Wskazują błąd: procent policzony z całości zamiast z reszty.
42–45 min	Podsumowanie lekcji	• Prosi o odpowiedź na kartce: „Oblicz 5% z 240 i zapisz 45% jako ułamek dziesiętny”. • Zbiera kartki i wraca do kryteriów sukcesu.	• Piszą: 12 i 0,45. • Oceniają, które kryteria już spełniają.

Typowe trudności uczniów

- Zapisywanie 7% jako 0,7 zamiast 0,07.
- Liczenie procentu z całości, gdy w zadaniu chodzi o resztę („z pozostałych”).
- Mylenie wyniku z resztą (36% uczniów to dziewczynki, a uczeń podaje liczbę chłopców).

Ewaluacja lekcji

- Odpowiedzi z kartek: ilu uczniów poprawnie obliczyło 5% z 240?
- Zadanie 6 pokazuje, czy uczniowie odróżniają całość od reszty.
- Czy uczniowie umieją podać więcej niż jeden sposób obliczenia procentu?

5–17 min	Równania z nawiasami	• Przykład: $3(x-2)=2x+1 \rightarrow 3x-6=2x+1 \rightarrow x=7$. Sprawdzenie: L = 3 · 5 = 15, P = 15. • Przykład: $7-(2x-3)=4 \rightarrow 10-2x=4 \rightarrow -2x=-6 \rightarrow x=3$. • Typowy błąd: $3(x-2)=3x-2$ – mnożymy przez 3 każdy wyraz w nawiasie.	• Rozwiązują przykłady, sprawdzają wyniki w parach.
17–28 min	Równania z ułamkami	• Zapisuje $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=10$. Pyta: „Przez jaką liczbę pomnożyć, żeby zniknęły mianowniki?”. Oczekuje: 6. • Mnoży obie strony przez 6: $3x+2x=60$, $5x=60$, $x=12$. Sprawdzenie: 6 + 4 = 10. • Zapisuje $\frac{x+1}{4}=\frac{x-2}{3}$, mnoży przez 12: $3(x+1)=4(x-2)$, $3x+3=4x-8$, $x=11$. • Uwaga na błąd: przy mnożeniu ułamka licznik bierzemy w nawias – mnożymy cały licznik, nie tylko x.	• Rozwiązują przykłady przy tablicy i w zeszytach.
28–33 min	Równanie sprzeczne i tożsamościowe	• Zapisuje $3x-1=3(x+1) \rightarrow 3x-1=3x+3 \rightarrow -1=3$ – fałsz. Mówi: równanie sprzeczne, brak rozwiązań. • Zapisuje $2(x+3)=2x+6 \rightarrow 6=6$ – prawda dla każdej liczby. Mówi: równanie tożsamościowe.	• Zapisują oba przykłady z wnioskiem.
33–42 min	Karta pracy	• Rozdaje kartę pracy 3. Sprawdza, czy uczniowie biorą liczniki w nawias.	• Rozwiązują zadania 1–6.
42–45 min	Podsumowanie	• Pyta: „Ile to jest $5-(x+2)$?” ($3-x$). „Przez co pomnożysz równanie z mianownikami 2 i 6?” (6).	• Odpowiadają.

Typowe trudności uczniów

- Minus przed nawiasem zmienia znak tylko pierwszego wyrazu: $7-(2x-3)=7-2x-3$.
- Mnożenie przez wspólny mianownik tylko części wyrazów (np. pominięcie liczby po prawej stronie).
- Uczeń uznaje, że $-1=3$ oznacza rozwiązanie „−1” albo „3”.

Ewaluacja lekcji

- Zadania 1 i 2 karty – czy uczniowie poprawnie opuszczają nawiasy i mnożą wszystkie wyrazy.
- Zadanie 4 – czy rozpoznają równanie sprzeczne i tożsamościowe.

		• Zapisuje twierdzenie: „W trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej: $a^2 + b^2 = c^2$”. • Pyta: „Czy 3 + 4 = 5?” – nie, 3 + 4 = 7. Podkreśla: dodajemy kwadraty, nie boki.	• Zapisują twierdzenie i rysunek z oznaczeniami a, b, c.
25–33 min	Zapisz wzór dla trójkąta z rysunku	• Rysuje trzy trójkąty prostokątne w różnych położeniach (kąt prosty u góry, z prawej, u dołu) i oznacza boki literami k, l, m. • Uczniowie zapisują twierdzenie dla każdego trójkąta, np. $k^2 + m^2 = l^2$, gdy l leży naprzeciw kąta prostego. • Typowy błąd: uczeń zawsze zapisuje „c” po prawej stronie bez patrzenia na kąt prosty. Nauczyciel pyta: „Gdzie jest kąt prosty? Który bok leży naprzeciwko?”.	• Zapisują wzory, porównują w parach.
33–42 min	Karta pracy 1	• Rozdaje kartę. Sprawdza zadania 1–2 u kilku uczniów, w zadaniu 4 przypomina o kwadratach.	• Rozwiązują zadania 1–6.
42–45 min	Podsumowanie	• Pyta: „Jak brzmi twierdzenie Pitagorasa? Dla jakich trójkątów je stosujemy?”. • Prosi o podanie pola kwadratu na przeciwprostokątnej, gdy pozostałe mają 49 i 576 (625).	• Formułują twierdzenie ustnie i odpowiadają na pytanie.

Typowe trudności uczniów

- Mylenie przeciwprostokątnej z przyprostokątną, gdy trójkąt jest obrócony.
- Dodawanie długości boków zamiast ich kwadratów (3 + 4 = 7, a nie 5).
- Stosowanie wzoru do trójkąta, który nie jest prostokątny.

Ewaluacja lekcji

- Zadanie 2 pokazuje, czy uczeń wskazuje przeciwprostokątną w obróconym trójkącie.
- Zadanie 4 pokazuje, czy uczeń dodaje kwadraty, a nie boki.
- Odpowiedzi w podsumowaniu: ilu uczniów podało 625.

PIERWSZA ŁAWKA

24–38 min	Pitagoras w ostrosłupie	• Rysuje ostrosłup prawidłowy czworokątny: krawędź podstawy 10 cm, wysokość ściany bocznej 13 cm. Zaznacza trójkąt: H, połowa krawędzi (5 cm), wysokość ściany (13 cm). • $H^2 = 13^2 - 5^2 = 144$, H = 12 cm. V = ⅓ · 100 · 12 = 400 cm³. • Ostrzega: wstawienie 13 zamiast H daje 1300/3 – wynik niecałkowity to sygnał do sprawdzenia rachunków. • Poleca zadanie 6.	• Zaznaczają trójkąt prostokątny na rysunku. • Rozwiązują zadanie 6: H = 15 cm, V = 1 280 cm³.
38–42 min	Porządkujemy wzory	• Zapisuje na tablicy tabelę: graniastosłup – Pc = 2Pp + Pb, V = Pp · H; ostrosłup – Pc = Pp + Pb, V = ⅓ · Pp · H. • Rozdaje powtórkę i zapowiada sprawdzian.	• Przepisują tabelę. • Zadają pytania przed sprawdzianem.
42–45 min	Podsumowanie lekcji	• Prosi o odpowiedź na kartce: „Ostrosłup ma pole podstawy 27 i wysokość 4. Oblicz objętość”. • Wraca do kryteriów sukcesu.	• Piszą: 36. • Oceniają, które kryteria spełniają.

Typowe trudności uczniów

- Pomijanie ⅓ we wzorze na objętość ostrosłupa.
- Branie wysokości ściany bocznej lub krawędzi bocznej zamiast wysokości ostrosłupa.
- Branie całej krawędzi podstawy zamiast jej połowy w trójkącie prostokątnym.

Ewaluacja lekcji

- Kartki: ilu uczniów obliczyło 36?
- Zadanie 6 pokazuje, czy uczniowie odróżniają wysokość ostrosłupa od wysokości ściany.
- Które wzory uczniowie mylą najczęściej?

18–28 min	Prawda czy fałsz – porównywanie pól	• Poleca zadanie 3. Pyta: „Jak szybko porównać pole kwadratu i rombu?" – policzyć oba pola. • Przypomina, że kwadrat jest też rombem: jego pole to d · d : 2.	• Rozwiązują zadanie 3, uzasadniają rachunkiem. • Rozwiązują zadanie 5 (trapez prostokątny).
28–40 min	Pole przez odejmowanie	• Czyta zadanie 6: prostokąt 16 cm × 10 cm, punkt E na boku CD, DE = 6 cm. • Pyta: „Jak obliczyć pole czworokąta ABCE, jeśli nie pamiętamy, że to trapez?" – od pola prostokąta odjąć pole trójkąta AED. • Zaznacza, że oba sposoby (odejmowanie i wzór na trapez) dają 130 cm².	• Rozwiązują zadanie 6: 160 cm², 30 cm², 130 cm². • Sprawdzają wynik wzorem na trapez.
40–45 min	Podsumowanie lekcji	• Prosi o odpowiedź na kartce: „Romb ma przekątne 10 cm i 7 cm. Oblicz jego pole". • Wraca do kryteriów sukcesu.	• Piszą: 35 cm². • Oceniają, które wzory pamiętają.

Typowe trudności uczniów

- Pomijanie dzielenia przez 2 we wzorach na pole trójkąta, trapezu i rombu.
- Mnożenie boku przez bok w równoległoboku zamiast boku przez wysokość.
- Branie wysokości opuszczonej na inny bok niż podstawa użyta we wzorze.

Ewaluacja lekcji

- Kartki: ilu uczniów podało 35 cm²?
- Zadanie 4 pokazuje, czy uczniowie umieją wyznaczyć wysokość z pola.
- Czy uczniowie zapisują jednostki pola?

		• Zapisuje regułę: zmiana : wartość początkowa · 100%. • Poleca zadanie 3 i pyta: „Jaki procent starej ceny stanowi nowa cena?” – 276/240 = 115%.	
28–36 min	Czy to działa w obie strony?	• Pyta: „Liczba 30 jest o 50% większa od 20. Czy 20 jest o 50% mniejsza od 30?”. • Liczy z klasą: 10/20 = 50%, ale 10/30 = 1/3, czyli około 33%. Wniosek: liczy się, z czym porównujemy. • Poleca zadanie 4 i zadanie 5 (bilet do kina).	• Sprawdzają obie wersje rachunkiem. • Rozwiązują zadania 4 i 5: 12,5%.
36–42 min	Praca z błędem	• Czyta wypowiedź Oli z zadania 6 i prosi pary o ocenę. • Prosi jedną parę o zapis uzasadnienia na tablicy.	• Obliczają: 10/50 = 20%, ale 10/60 = 1/6, czyli około 16,7%. • Piszą uzasadnienie z wnioskiem.
42–45 min	Podsumowanie lekcji	• Prosi o odpowiedź na kartce: „Jaki procent liczby 80 stanowi liczba 12?”. • Powtarza dwie reguły z lekcji.	• Piszą: 15%. • Mówią, którą liczbę traktują jako 100%.

Typowe trudności uczniów

- Dzielenie całości przez część (24 : 18 zamiast 18 : 24).
- Liczenie zmiany procentowej względem nowej ceny zamiast starej.
- Przekonanie, że „o 50% większa” i „o 50% mniejsza” to porównania odwrotne.

Ewaluacja lekcji

- Kartki z odpowiedzią: ilu uczniów podało 15%?
- Zadanie 6 pokazuje, czy uczniowie rozumieją, która liczba to 100%.
- Które zadanie sprawiło najwięcej kłopotu – zmiana procentowa czy zwykły procent?

6–16 min	Pięć kroków	• Zapisuje kroki: 1) oznaczam niewiadomą, 2) zapisuję pozostałe wielkości, 3) układam równanie, 4) rozwiązuję, 5) sprawdzam i odpowiadam. • Przykład: suma trzech kolejnych liczb naturalnych to 72. $x + (x + 1) + (x + 2) = 72$, $3x + 3 = 72$, $x = 23$. Sprawdzenie: 23 + 24 + 25 = 72. Odpowiedź: 23, 24 i 25.	• Zapisują kroki i przykład w zeszycie.
16–26 min	Zapis wyrażeń	• Dyktuje i prosi o zapis: „o 7 więcej niż x” ($x + 7$), „3 razy mniej niż x” ($\frac{x}{3}$), „połowa x powiększona o 4” ($\frac{x}{2} + 4$). • Przykład: kwotę 350 zł podzielono w stosunku 3 : 4. Zapisuje $3x + 4x = 350$, $x = 50$, części 150 zł i 200 zł. • Typowy błąd: „o 15 więcej” zapisane jako $15x$.	• Zapisują wyrażenia na tabliczkach albo w zeszycie i pokazują.
26–42 min	Karta pracy	• Rozdaje kartę pracy 4. Przy zadaniach otwartych wymaga zapisu wszystkich pięciu kroków.	• Zadania 1–3 samodzielnie, 4–5 w parach.
42–45 min	Podsumowanie	• Pyta: „Co robisz po rozwiązaniu równania?” (sprawdzam wynik z treścią i piszę odpowiedź). Omawia zadanie 5.	• Odpowiadają, porównują rozwiązania zadania 5.

Typowe trudności uczniów

- Zła wielkość oznaczona przez x, przez co „3 razy więcej” trafia nie do tej osoby.
- Zapisywanie „o 15 więcej” jako $15x$ albo pominięcie nawiasów.
- Zatrzymanie się na x, gdy pytanie dotyczy innej wielkości (np. drugiego boku).

Ewaluacja lekcji

- Zadanie 1 karty – czy uczniowie dobierają równanie do treści.
- Zadania 3–5 – czy uczniowie odpowiadają na pytanie z zadania, a nie podają samego x.

		• Przykład: przyprostokątne 1 i 1 → x = √2. Podkreśla: wynik √13 jest dokładny – nie zamieniamy go na przybliżenie, jeśli zadanie tego nie wymaga.	
25–33 min	Ćwiczenia w parach – szybkie trójki	• Dyktuje pary przyprostokątnych: 12 i 16, 7 i 24, 4 i 5. Pary liczą i porównują wyniki (20, 25, √41). • Typowy błąd: 4 + 5 = 9, x = 3. Nauczyciel pyta: „Gdzie są kwadraty?”.	• Liczą w parach, jedna osoba liczy, druga sprawdza, potem zamiana.
33–42 min	Karta pracy 2	• Rozdaje kartę, obserwuje zapis rozwiązań, przypomina o jednostkach.	• Rozwiązują zadania 1–6.
42–45 min	Podsumowanie	• Pyta: „Jakie trzy kroki wykonujemy przy obliczaniu przeciwprostokątnej?” (kwadraty, suma, pierwiastek). • Prosi o oszacowanie √41 (między 6 a 7).	• Wymieniają kroki, szacują pierwiastek.

Typowe trudności uczniów

- Pominięcie pierwiastkowania – uczeń podaje x = 289 zamiast 17.
- Dodawanie boków bez podnoszenia do kwadratu.
- Zamiana √13 na liczbę „na oko”, np. 3,5, zamiast pozostawienia dokładnego wyniku.

Ewaluacja lekcji

- Zadanie 2 pokazuje, czy uczeń wyciąga pierwiastek po dodaniu kwadratów.
- Zadanie 4 pokazuje, czy uczeń szacuje pierwiastek.
- Pytanie o trzy kroki w podsumowaniu.

		• Ostrzega przed błędami: jedna podstawa zamiast dwóch; pole trójkąta bez dzielenia przez 2. Poleca zadania 2 i 3.	
27–33 min	Co się stanie, gdy…	• Pyta: „Krawędź sześcianu wydłużamy 2 razy. Ile razy wzrośnie pole każdej ściany?” – 2 · 2 = 4 razy. • Poleca zadanie 4.	• Sprawdzają na przykładzie krawędzi 1 i 2. • Rozwiązują zadanie 4.
33–42 min	Skrzynka na jabłka	• Czyta zadanie 5. Pyta: „Ile ścian ma skrzynka bez wieka?” – 5. Zapisuje plan: dno + 2 ściany 40 × 25 + 2 ściany 30 × 25. • Pokazuje błąd: 2 · 1200 + … = 5900 cm² – policzone wieko. • Dla szybszych par – zadanie 6: z pola całkowitego wyznaczyć wysokość.	• Rozwiązują zadanie 5: 4700 cm². • Rozwiązują zadanie 6: H = 8 cm.
42–45 min	Podsumowanie lekcji	• Prosi o odpowiedź na kartce: „Zapisz wzór na pole powierzchni całkowitej graniastosłupa”. • Przypomina o dwóch podstawach.	• Piszą: Pc = 2 · Pp + Pb. • Mówią, który błąd najczęściej popełniali.

Typowe trudności uczniów

- Liczenie tylko jednej podstawy.
- Pomijanie dzielenia przez 2 przy polu trójkąta w podstawie.
- Mylenie pola powierzchni z objętością (5 · 5 · 8 zamiast pola ścian).

Ewaluacja lekcji

- Kartki: ilu uczniów zapisało pełny wzór?
- Zadanie 5 pokazuje, czy uczniowie czytają warunki zadania (bez wieka).
- Czy uczniowie umieją ułożyć obliczenia od pola do wysokości (zadanie 6)?

PIERWSZA ŁAWKA

15–27 min	Suma kątów trójkąta i trójkąt równoramienny	• Przykład 1: trójkąt o kątach 38° i 75°. „Trzeci kąt?” – 180° − 38° − 75° = 67°. • Przykład 2: trójkąt równoramienny, kąt przy podstawie 52°. „Kąt między ramionami?” – 180° − 2 · 52° = 76°. • Przykład 3: kąt między ramionami 40°. „Kąty przy podstawie?” – (180° − 40°) : 2 = 70°. • Ostrzega przed błędem: uczniowie odejmują 40° od 180° i podają 140° jako kąt przy podstawie – zapomnieli podzielić przez 2. • Poleca zadania 2 i 3.	• Liczą na tablicy i w zeszytach. • Wyjaśniają, który kąt jest przy podstawie, a który między ramionami. • Rozwiązują zadania 2 i 3.
27–33 min	Kąty opisane wyrażeniem	• Czyta zadanie 5: jeden kąt jest 3 razy większy od drugiego, trzeci ma 80°. • Pyta: „Ile stopni mają razem dwa pierwsze kąty?” – 100°. „Na ile równych części dzielimy 100°?” – na 4 (x + 3x). • Pokazuje zapis: x + 3x = 100°, x = 25°, drugi kąt 75°.	• Rozwiązują zadanie 5. • Podają typowy błąd: dzielenie 100° przez 3 albo przez 2.
33–42 min	Zadanie otwarte jak na egzaminie	• Czyta zadanie 6 (dwusieczna w trójkącie równoramiennym). Pyta: „Od czego zaczniemy?” – od kątów przy podstawie: (180° − 48°) : 2 = 66°. • Przypomina: „Dwusieczna dzieli kąt na połowy – 33°”. Dalej uczniowie liczą samodzielnie. • Chodzi po klasie i sprawdza, czy uczniowie zapisują, z czego wynika każda liczba.	• Rozwiązują zadanie 6: 66°, 33°, kąt ADC = 180° − 33° − 48° = 99°. • Porównują zapis z kolegą z ławki.
42–45 min	Podsumowanie lekcji	• Prosi o odpowiedź na kartce: „W trójkącie równoramiennym kąt między ramionami ma 36°. Ile ma kąt przy podstawie?”. • Zbiera kartki i wraca do kryteriów sukcesu.	• Piszą: 72°. • Oceniają, które kryteria już spełniają.

Typowe trudności uczniów

- Mylenie kąta przy podstawie z kątem między ramionami w trójkącie równoramiennym.
- Odejmowanie od 180° bez dzielenia przez 2 przy liczeniu kątów przy podstawie.
- Mylenie kątów naprzemianległych z przyległymi przy prostych równoległych.

Ewaluacja lekcji

- Odpowiedzi z kartek: ilu uczniów podało 72°?
- Zadanie 6 pokazuje, czy uczniowie zapisują kolejne kroki obliczeń.
- Które zadanie z karty sprawiło najwięcej kłopotu?

PIERWSZA ŁAWKA · POWTÓRKA · MATEMATYKA · KLASA 7 · PROCENTY W PRAKTYCE

Procenty w praktyce – powtórka

Najważniejsze reguły z cyklu o procentach: procent liczby, jaki to procent, liczba z jej procentu, podwyżki, obniżki, VAT i lokata.



1. Procent i ułamek

- 1% to jedna setna: 1% = 1/100 = 0,01.
- Procent zamieniam na ułamek dziesiętny, przesuwając przecinek o dwa miejsca w lewo: 7% = 0,07, 130% = 1,3.
- Ułamek zamieniam na procent, rozszerzając go do setnych: 3/5 = 60/100 = 60%.

2. Trzy typy obliczeń

Pytanie	Działanie	Przykład
Ile to p% liczby b?	p/100 · b	30% z 70 = 0,3 · 70 = 21
Jaki procent liczby b stanowi a?	a : b · 100%	18 z 24: 18 : 24 = 0,75 = 75%
p% jakiej liczby to a?	a : (p/100)	20% liczby to 14: 14 : 0,2 = 70

- Zawsze sprawdzam wynik: 0,2 · 70 = 14.

3. Podwyżki i obniżki

- Podwyżka o p% to mnożenie przez (1 + p/100), obniżka – przez (1 − p/100): +12% → · 1,12, −20% → · 0,8.
- Przy dwóch zmianach drugą liczę od nowej ceny: 850 zł · 0,8 = 680 zł, 680 zł · 1,2 = 816 zł – nie wraca do 850 zł.
- O ile procent zmieniła się cena: zmiana : cena **początkowa** · 100%.

4. VAT i lokata

- Cena brutto = cena netto · 1,23 (VAT 23%); cena netto = cena brutto : 1,23.
- Odsetki z lokaty rocznej = oprocentowanie · wpłata. Podatek 19% liczę tylko od odsetek.
- 5 000 zł na 4%: odsetki 200 zł, podatek 38 zł, na koncie po roku 5 162 zł.

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Cykle lekcji z matematyki, klasy 7–8 – pakiet 5 cykli: scenariusze, karty pracy, sprawdziany

Podgląd pokazał 11 z 192 stron. Pełna wersja: 192 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Graniastosłupy i ostrosłupy – cykl 5 lekcji: scenariusze, karty pracy, sprawdzian, powtórka, klasa 8
- Geometria przed egzaminem – cykl 5 lekcji: scenariusze, karty pracy, sprawdzian, powtórka, klasa 8
- Procenty w praktyce – cykl 5 lekcji: scenariusze, karty pracy, sprawdzian, powtórka, klasa 7
- Równania – cykl 5 lekcji: scenariusze, karty pracy, sprawdzian, powtórka, klasa 7
- Twierdzenie Pitagorasa – cykl 5 lekcji: scenariusze, karty pracy, sprawdzian, powtórka, klasa 7

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/cykle-lekcji-matematyka-klasy-7-8-pakiet