PIERWSZA ŁAWKA · NAJCZĘSTSZE ZADANIA MATURALNE · PR · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM ROZSZERZONY

A. Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a

Wzory Viète'a i wyrażenia symetryczne pierwiastków, układ warunków równoważny poleceniu (znaki pierwiastków, liczba między pierwiastkami, pierwiastki w przedziale – interpretacja geometryczna), przypadek a = 0, warunki z sumą sześcianów, kwadratem różnicy, sumą odwrotności, format etapowy i format „liczba rozwiązanych warunków" z zasad oceniania CKE 2023–2026. Sześć kart: wzorcowe rozwiązania i zasady oceniania CKE, trening, zadania na poziomie matury, zadania trudniejsze i test w grupach A i B – z kluczem i schematami punktowania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE** Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka	4 zad. 10 pkt
2	**Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – trening** Zadania krok po kroku	7 zad. 17 pkt
3	**Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – zadania na poziomie matury** Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026	6 zad. 27 pkt
4	**Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – zadania trudniejsze** Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu	5 zad. 21 pkt
5	**Test: Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – grupa A** 60 minut · 18 pkt	5 zad. 18 pkt
6	**Test: Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – grupa B** 60 minut · 18 pkt	5 zad. 18 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe, typowe uwagi w zasadach oceniania) oraz wzorcowe rozwiązania krok po kroku.
- Karty 2–4 prowadzą od treningu, przez zadania na poziomie matury, do zadań trudniejszych.
- Karty 5 i 6 to równoległy test (grupa A i B) z punktacją jak na maturze.
- Klucz zawiera odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania w stylu CKE 2026.

Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE

Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka

KARTA 1/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Gdzie w arkuszu.** Zadanie z parametrem było w każdym arkuszu majowym 2023–2026 i we wszystkich arkuszach pokazowych i diagnostycznych – zawsze jako jedno z ostatnich zadań, za 5 albo 6 pkt (razem 22 pkt w czterech arkuszach). Warunki: suma sześcianów pierwiastków (2023 zad. 11 – 45%), suma sześcianów i iloczyn (2024 zad. 12 – 41%), pierwiastki tego samego znaku i kwadrat różnicy (2025 zad. 11 – 41%), oba miejsca zerowe w przedziale (2026 zad. 10 – **18%**).
- **Wzorzec zapisu (5 kroków).** 1) Sprawdź współczynnik przy x^2: jeśli zależy od m, rozpatrz osobno $a = 0$ (równanie liniowe) albo zapisz $a \neq 0$. 2) Zapisz **ponumerowany układ warunków równoważny poleceniu** (1°, 2°, 3°…). 3) Rozwiąż każdy warunek osobno (w nierówności wymiernej – najpierw dziedzina). 4) Wyznacz część wspólną na osi liczbowej. 5) Zapisz odpowiedź – zbiór wartości m.

Wyrażenie	Zapis przez $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ i $x_1x_2 = \frac{c}{a}$
$x_1^2 + x_2^2$	$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$
$(x_1 - x_2)^2$	$(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = \frac{\Delta}{a^2}$
$x_1^3 + x_2^3$	$(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$
$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ (gdy $x_1x_2 \neq 0$)	$\frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$
$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$	$\frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2}$
$x_1^2x_2 + x_1x_2^2$	$x_1x_2(x_1 + x_2)$
$\lvert x_1 - x_2 \rvert$	$\frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a \rvert}$

Polecenie ($f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$)	Układ warunków równoważny poleceniu
dwa różne pierwiastki dodatnie	$\Delta > 0$, $x_1x_2 > 0$, $x_1 + x_2 > 0$
dwa różne pierwiastki ujemne	$\Delta > 0$, $x_1x_2 > 0$, $x_1 + x_2 < 0$
dwa różne pierwiastki tego samego znaku	$\Delta > 0$, $x_1x_2 > 0$
pierwiastki różnych znaków	$x_1x_2 < 0$, czyli $ac < 0$ (wtedy $\Delta > 0$ samo)
liczba k między pierwiastkami	$a \cdot f(k) < 0$
oba pierwiastki (różne) większe od k	$\Delta > 0$, $a \cdot f(k) > 0$, $x_w > k$
oba pierwiastki (różne) w przedziale (p, q)	$\Delta > 0$, $a \cdot f(p) > 0$, $a \cdot f(q) > 0$, $p < x_w$, $x_w < q$

Przykład 2. (5 pkt, format 2026) Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - (m + 4)x + 2m + 5$ ma dwa różne miejsca zerowe należące do przedziału $(0, 4)$.

$a = 1 > 0$ – ramiona paraboli skierowane w górę, $x_w = \frac{m+4}{2}$. Oba miejsca zerowe leżą w $(0, 4)$ wtedy i tylko wtedy, gdy: 1° $\Delta > 0$, 2° $f(0) > 0$, 3° $f(4) > 0$, 4° $x_w > 0$, 5° $x_w < 4$. ← 1 pkt za zapis wszystkich warunków

1° $\Delta = (m + 4)^2 - 4(2m + 5) = m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m < -2$ lub $m > 2$.

2° $f(0) = 2m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{5}{2}$. 3° $f(4) = 16 - 4m - 16 + 2m + 5 = 5 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}$.

4° i 5°: $0 < \frac{m+4}{2} < 4 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Część wspólna: $m \in (-\frac{5}{2}, -2) \cup (2, \frac{5}{2})$.

Dlaczego warunki na wierzchołek? Dla $m = 5$ mamy $f(0) > 0$ i $\Delta > 0$, a mimo to oba miejsca zerowe (3 i 6) nie leżą w przedziale.

Przykład 3. (6 pkt, cztery etapy jak w 2025 r.) Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 - (m - 1)x + 2m - 5 = 0$ ma dwa różne rozwiązania x_1, x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $(x_1 - x_2)^2 \le 12$.

I. $\Delta = (m - 1)^2 - 4(2m - 5) = m^2 - 10m + 21 = (m - 3)(m - 7) > 0 \Leftrightarrow m < 3$ lub $m > 7$. ← 1 pkt

II. Tego samego znaku: $x_1x_2 = 2m - 5 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{5}{2}$. ← 1 pkt

III. $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = (m - 1)^2 - 4(2m - 5) = m^2 - 10m + 21$ (to jest $\frac{\Delta}{a^2}$).

Warunek: $m^2 - 10m + 21 \le 12 \Leftrightarrow m^2 - 10m + 9 \le 0 \Leftrightarrow (m - 1)(m - 9) \le 0 \Leftrightarrow m \in \langle 1, 9 \rangle$. ← 3 pkt

IV. Część wspólna: $m \in (\frac{5}{2}, 3) \cup (7, 9\rangle$. ← 1 pkt

ZADANIA

Zadanie 1. Uzupełnij, korzystając ze wzorów Viète'a (oba równania mają po dwa pierwiastki).

___ / 4 pkt

1. $3x^2 + 6x - 2 = 0$: $x_1 + x_2 =$ _____
2. $3x^2 + 6x - 2 = 0$: $x_1x_2 =$ _____
3. $x^2 - 7x + 5 = 0$: $x_1^2 + x_2^2 =$ _____
4. $x^2 - 7x + 5 = 0$: $(x_1 - x_2)^2 =$ _____

Zadanie 2. Równanie $x^2 + bx + c = 0$ ma dwa różne pierwiastki ujemne wtedy i tylko wtedy, gdy

___ / 1 pkt

A. $b^2 - 4c > 0$, $c > 0$ i $b < 0$

B. $b^2 - 4c > 0$, $c > 0$ i $b > 0$

C. $b^2 - 4c \ge 0$, $c > 0$ i $b > 0$

D. $c > 0$ i $b > 0$

Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – zadania na poziomie matury

Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026

KARTA 3/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 27 pkt

Zadanie 1. Dane jest równanie $x^2 - (m - 3)x + 2m - 1 = 0$ z niewiadomą x i parametrem m. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których to równanie ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $x_1^3 + x_2^3 > 12(x_1 + x_2)$. Zapisz obliczenia. ___ / 5 pkt

Zadanie 2. Dane jest równanie $x^2 + 2(m + 1)x + 3m + 7 = 0$ z niewiadomą x i parametrem m. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których to równanie ma dwa różne rozwiązania ujemne x_1, x_2 spełniające warunek $x_1^2 + x_2^2 \leq 62$. Zapisz obliczenia. ___ / 6 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom rozszerzony) – najczęstsze zadania: Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a (karty pracy, test A i B,...

Podgląd pokazał 4 z 31 stron. Pełna wersja: 31 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE – 4 zadania, 10 pkt
- Karta 2: Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – trening – 7 zadań, 17 pkt
- Karta 3: Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – zadania na poziomie matury – 6 zadań, 27 pkt
- Karta 4: Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – zadania trudniejsze – 5 zadań, 21 pkt
- Karta 5: Test: Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – grupa A – 5 zadań, 18 pkt
- Karta 6: Test: Równania kwadratowe z parametrem i wzory Viète'a – grupa B – 5 zadań, 18 pkt

Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe i uwagi z zasad oceniani

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-rozszerzona-najczestsze-zadania-a-rownania-kwadratowe-z