ROZDZIAŁ 5

Drgania i sprężystość

Fizyka. Zbiór zadań maturalnych temat po temacie. Poziom rozszerzony 2027

W tym rozdziale

Zakres	V. Drgania (podstawa programowa, zakres rozszerzony)
R. Repetytorium	Sprężystość i prawo Hooke'a; Ruch harmoniczny – opis; Wykresy x(t), v(t), a(t); Okres drgań: ciężarek na sprężynie i wahadło; Energia w ruchu harmonicznym; Rezonans mechaniczny i doświadczenia z działu; ramki „Na maturze" i „Typowe błędy"
A. Zadania wprowadzające	zadania 1–5 · 17 punktów
B. Zadania maturalne	zadania 6–15 · 52 punkty
C. Zadania trudniejsze	zadania 16–19 · 30 punktów
Razem	19 zadań (57 poleceń, w tym 26 rachunkowych), 99 punktów
Rozwiązania	osobny plik: klucz do zadań zamkniętych, rozwiązania etapowe zadań rachunkowych, przykładowe odpowiedzi i zasady oceniania w układzie CKE (z wymaganiami podstawy programowej przy każdym poleceniu)

Jak pracować z rozdziałem

A	Zadania sprawdzające podstawowe pojęcia, prawa i zależności działu.
B	Zadania w formule egzaminu maturalnego (Formuła 2023): wiązki poleceń do wspólnego opisu sytuacji, rysunku, wykresu albo doświadczenia.
C	Zadania wymagające łączenia wiadomości z kilku działów, wieloetapowych obliczeń, wyprowadzeń i analizy danych pomiarowych.
Obliczenia	Zapisz zastosowane prawa i zależności, obliczenia pośrednie i wynik z jednostką. Stałe fizyczne bierz z broszury CKE albo z treści zadania („Przyjmij, że…").
Pomoce	Jak na maturze: *Wybrane wzory i stałe fizykochemiczne na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki*, linijka, kalkulator naukowy. Symbole przy numerze zadania:  – potrzebny kalkulator, – potrzebna linijka.

Opracowanie własne „Pierwsza Ławka". Zakres zgodny z podstawą programową kształcenia ogólnego – fizyka, zakres rozszerzony (Dz.U. 2024 poz. 1019), bez wymagań, z których nie przeprowadza się egzaminu maturalnego, oraz z Informatorem o egzaminie maturalnym z fizyki od roku szkolnego 2024/2025. Zbiór nie jest materiałem Centralnej Komisji Egzaminacyjnej. Typy zadań i zasady oceniania wzorowane na egzaminie maturalnym CKE.

R Repetytorium

Sprężystość i prawo Hooke'a

Ciało sprężyste po usunięciu siły odkształcającej wraca do pierwotnego kształtu. W granicach stosowalności **prawa Hooke'a** wartość siły sprężystości jest proporcjonalna do wydłużenia (ściśnięcia): $F_s = k\,\Delta l$, a jej zwrot jest przeciwny do zwrotu odkształcenia (zapis wektorowy dla współrzędnej: $F_s = -kx$).

Współczynnik sprężystości k mierzymy w N/m = kg/s². Na wykresie $F(\Delta l)$ jest to nachylenie prostej. Zależy od materiału, grubości drutu, liczby i średnicy zwojów sprężyny, a nie od działającej siły.

Energia potencjalna sprężystości to praca siły rozciągającej równa polu pod wykresem $F(\Delta l)$ (trójkąt): $E_s = \frac{1}{2} k\,(\Delta l)^2$. Energia rośnie z kwadratem odkształcenia.

Ruch harmoniczny – opis

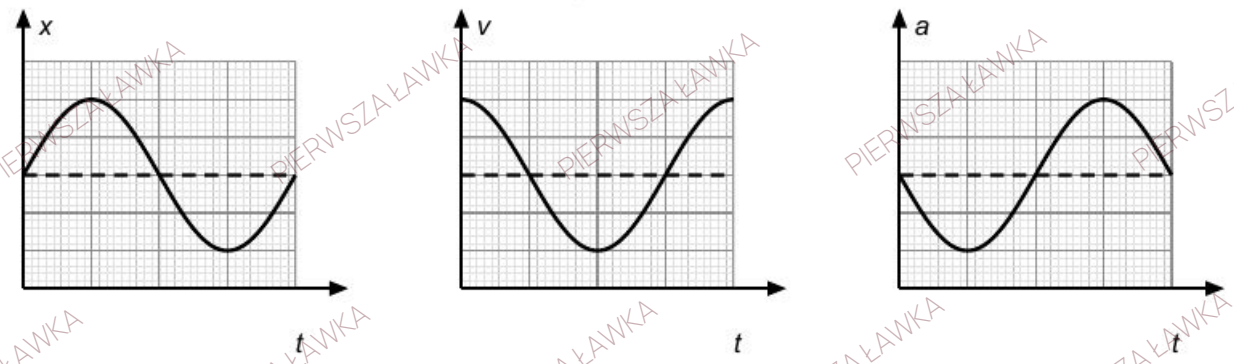
Ruch harmoniczny powstaje, gdy na ciało działa siła wypadkowa proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi i zwrócona do tego położenia: $F = -kx$. Wtedy $a = -\omega^2 x$, gdzie **częstość kołowa** $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ (jednostka 1/s, rad/s). **Amplituda** A to największe wychylenie, **faza** to argument $\omega t + \varphi_0$, a φ_0 – faza początkowa.

Wielkość	Wzór	Wartość największa	Gdzie największa
wychylenie	$x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$	A	w punktach zwrotnych
prędkość	$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$	$A\omega$	w położeniu równowagi
przyspieszenie	$a = -\omega^2 x$	$A\omega^2$	w punktach zwrotnych
siła wypadkowa	$F = -m\omega^2 x = -kx$	kA	w punktach zwrotnych

Dwa ciała o tym samym okresie drgają w **fazach zgodnych**, gdy różnica faz wynosi 0 (albo 2π, 4π…), a w **fazach przeciwnych**, gdy wynosi π – wtedy ich wychylenia mają zawsze przeciwne znaki. Przesunięcie o ćwierć okresu odpowiada różnicy faz $\pi/2$.

Wykresy x(t), v(t), a(t)

Dla ruchu rozpoczętego z położenia równowagi ($\varphi_0 = 0$):



Prędkość wyprzedza wychylenie o ćwierć okresu, a przyspieszenie ma zawsze zwrot przeciwny do wychylenia. Prędkość chwilowa to nachylenie stycznej do wykresu $x(t)$, a przyspieszenie chwilowe – nachylenie stycznej do wykresu $v(t)$. Wykres $a(x)$ jest odcinkiem prostej przechodzącej przez początek układu o nachyleniu $-\omega^2$.

Okres drgań: ciężarek na sprężynie i wahadło

Ciężarek na sprężynie (sprężyna nieważka, prawo Hooke'a): $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Okres nie zależy od amplitudy ani od g. Przy sprężynie pionowej siła ciężkości przesuwa tylko położenie równowagi (sprężyna jest w nim rozciągnięta o $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$); wokół tego położenia ruch jest harmoniczny z tym samym okresem, a siła sprężystości w położeniu x poniżej równowagi wynosi $k(\Delta l_0 + x)$.

Wahadło matematyczne (punkt materialny na nieważkiej, nierozciągliwej nici, małe wychylenia – kilka stopni): $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Okres nie zależy od masy ani (dla małych wychyleń) od amplitudy. Długość l mierzy się od punktu zawieszenia do środka masy ciężarka.

Zmiana	ciężarek na sprężynie	wahadło
masa 4 razy większa	T rośnie 2 razy	T bez zmian
k albo l 4 razy większe	T maleje 2 razy (dla k)	T rośnie 2 razy (dla l)
mniejsze g	T bez zmian	T rośnie

Energia w ruchu harmonicznym

Bez oporów ruchu energia mechaniczna jest stała: $E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v_{max}^2$. W punktach zwrotnych energia jest wyłącznie potencjalna, w położeniu równowagi – wyłącznie kinetyczna. Energia drgań jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy.

Przy sprężynie pionowej w bilansie energii od długości swobodnej uwzględnia się trzy energie: kinetyczną, potencjalną grawitacji i potencjalną sprężystości, $\frac{1}{2} k (\Delta l)^2$, gdzie Δl – całkowite wydłużenie sprężyny.

Z bilansu energii: $v = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$.

Rezonans mechaniczny i doświadczenia z działu

Każdy układ drgający ma **częstotliwość drgań własnych**. Gdy działa na niego siła zmieniająca się okresowo, amplituda drgań jest największa, gdy częstotliwość tej siły jest równa (bliska) częstotliwości drgań własnych – to **rezonans mechaniczny**. Energia jest wtedy przekazywana do układu najskuteczniej. Rezonans bywa pożyteczny (huśtawka, instrumenty, wytrząsarki) albo groźny (drgania mostów, maszyn, elementów pojazdów).

Doświadczenia (V.8): niezależność okresu wahadła od amplitudy; zależność T od l (wykres $T^2(l)$ jest prostą); zależność okresu ciężarka od m i k; pokaz rezonansu; wyznaczanie g wahadłem: $g = \frac{4\pi^2}{a}$, gdzie a – nachylenie prostej $T^2(l)$.

Mierzy się czas n pełnych drgań: $T = \frac{t}{n}$, a niepewność okresu jest n razy mniejsza niż niepewność pomiaru czasu. Wychylenie wahadła ma być małe (kilka stopni).

Na maturze

Typowe polecenia CKE z tego działu: „Oblicz okres / amplitudę / największą wartość siły sprężystości", „Na podstawie wykresu wyznacz…" (odczyt amplitudy i okresu, nachylenie prostej $T^2(l)$), „Narysuj siły działające na ciężarek z zachowaniem relacji między ich wartościami", „Wyznacz … w zależności tylko od m, k, g" i „Wykaż, że…". Klucz wymaga: poprawnego

zidentyfikowania wszystkich sił (przy sprężynie pionowej także siły ciężkości), zapisania II zasady dynamiki albo pełnego bilansu energii, użycia związków $v_{max} = A\omega$, $a_{max} = A\omega^2$, $\omega = \sqrt{k/m}$, wyniku z jednostką i z liczbą cyfr znaczących podaną w poleceniu (zwykle dwie albo trzy). W zadaniach doświadczalnych oceniane są: wykres z punktami i niepewnościami, prosta przechodząca przez odcinki niepewności, nachylenie z odległych punktów prostej, a nie z pojedynczego pomiaru.

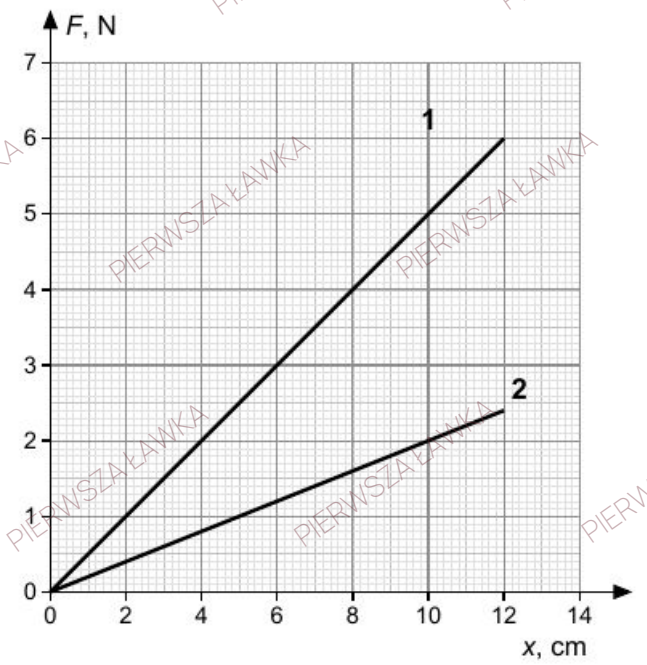
Typowe błędy

Tak traci się punkty	Tak jest dobrze	Dlaczego
Przy ciężarku na pionowej sprężynie siłę wypadkową utożsamia się z siłą sprężystości, a siłę ciężkości pomija.	W II zasadzie dynamiki uwzględnia się wszystkie siły: $F_{wyp} = F_s + F_g$ (w zapisie ze zwrotami).	Na ciężarek działają dwie siły; drga on wokół położenia, w którym siły te się równoważą.
Największą wartość siły sprężystości liczy się jako kA.	$F_{s,max} = k(\Delta l_0 + A)$, gdzie $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$.	kA to największa siła wypadkowa; sprężyna jest rozciągnięta już w położeniu równowagi.
Przyspieszenie maksymalne szacuje się jako zmianę prędkości podzieloną przez ćwierć okresu.	$a_{max} = \omega v_{max} = \frac{2\pi}{T} v_{max}$.	Iloraz $\Delta v/\Delta t$ dla długiego przedziału czasu to przyspieszenie średnie, a nie chwilowe.
W bilansie energii dla sprężyny pionowej brakuje energii sprężystości w położeniu równowagi albo energii grawitacji.	Uwzględnia się trzy energie, a energię sprężystości liczy od całkowitego wydłużenia: $\frac{1}{2} k(\Delta l_0 + x)^2$.	Pominięcie jednego składnika daje błędny wynik i odbiera punkt za istotny postęp.
Wektorów sił na rysunku nie rysuje się z zachowaniem relacji między ich wartościami (np. dowolne długości albo równe).	Długość wektora jest proporcjonalna do wartości siły; relację wartości sił ustala się z II zasady dynamiki dla danego położenia.	Poza położeniem równowagi siły nie równoważą się, a zwrot siły wypadkowej jest zgodny ze zwrotem przyspieszenia.
Wynik podaje się z inną liczbą cyfr znaczących, niż wymaga polecenie, albo bez jednostki.	Zaokrąglenie dopiero na końcu, do liczby cyfr podanej w poleceniu, z jednostką.	Niespełnienie wymagań polecenia obniża ocenę nawet przy poprawnej metodzie.

A Zadania wprowadzające

Zadanie 1. (0–4)

Na wykresie przedstawiono zależność wartości siły rozciągającej F od wydłużenia x dla dwóch sprężyn: 1 i 2. Obie sprężyny spełniają w tym zakresie prawo Hooke'a.



Zadanie 1.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik sprężystości sprężyny 1 jest w porównaniu ze współczynnikiem sprężystości sprężyny 2

A. 2,5 razy mniejszy.

B. 2,5 razy większy.

C. taki sam, bo obie zależności są liniowe.

D. 3,6 razy większy.

Zadanie 1.2. (0–2)

Oblicz energię potencjalną sprężystości sprężyny 1 rozciągniętej o 8,0 cm. Zapisz obliczenia.

Obliczenia

Zadanie 1.3. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Jednostkę współczynnika sprężystości można zapisać jako kg/s².	**P**	**F**
2.	Gdyby sprężynę 1 rozciągnąć dwa razy bardziej (nadal zgodnie z prawem Hooke'a), jej energia potencjalna sprężystości wzrosłaby dwukrotnie.	**P**	**F**

Zadanie 2. (0–3)

Ciężarek przymocowany do poziomej sprężyny porusza się bez tarcia wzdłuż osi x. Jego wychylenie z położenia równowagi opisuje wzór $x(t) = A\cos(\omega t)$, gdzie $A = 4{,}0$ cm, a okres drgań $T = 0{,}80$ s.

Zadanie 2.1. (0–1)

Uzupełnij zdania. Wybierz właściwe określenia spośród podanych w nawiasach.

W chwili $t = 0{,}20$ s ciężarek znajduje się (w położeniu równowagi / w punkcie zwrotnym), a wartość jego prędkości jest (największa / równa zeru).

W chwili $t = 0{,}40$ s przyspieszenie ciężarka jest (równe zeru / skierowane zgodnie ze zwrotem osi x / skierowane przeciwnie do zwrotu osi x).

Zadanie 2.2. (0–2)

Oblicz największą wartość prędkości i największą wartość przyspieszenia ciężarka. Wyniki podaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących. Zapisz obliczenia.

Obliczenia

Zadanie 3. (0–4)

Okres małych drgań wahadła matematycznego i okres drgań ciężarka na sprężynie zależą od parametrów tych układów.

Zadanie 3.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość nici wahadła matematycznego zwiększono czterokrotnie, a masę kulki – dwukrotnie. Okres małych drgań wahadła

A. wzrósł dwukrotnie.

B. wzrósł czterokrotnie.

C. nie zmienił się.

D. wzrósł $2\sqrt{2}$ razy.

Zadanie 5.3. (0–1)

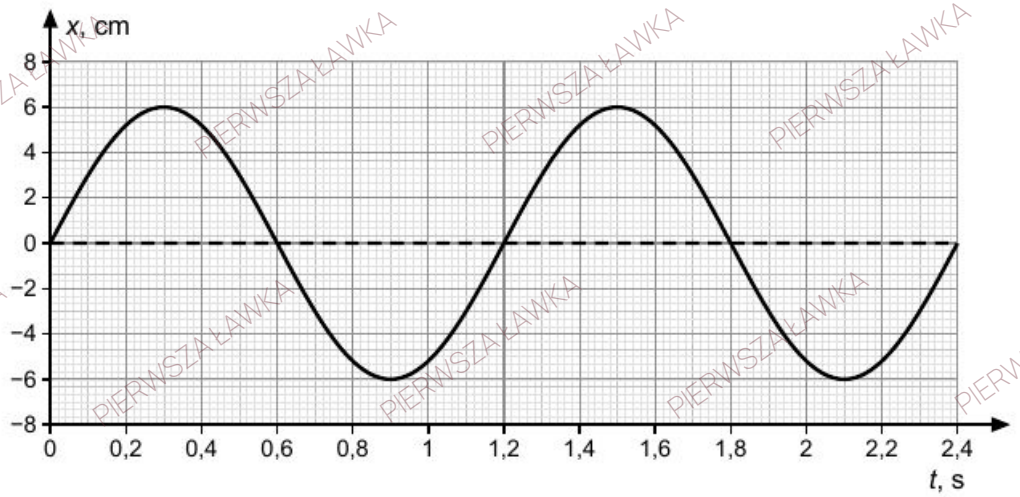
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących ruchów okresowych. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Ruch piłki odbijającej się sprężyście od podłogi (bez oporów powietrza) jest ruchem harmonicznym.	**P**	**F**
2.	Ruch ciężarka na sprężynie spełniającej prawo Hooke'a, przy pomijalnych oporach, jest ruchem harmonicznym.	**P**	**F**

B Zadania maturalne

Zadanie 6. (0–5)

Na wykresie przedstawiono zależność wychylenia x od czasu t dla ciała drgającego harmonicznie wzdłuż osi x.



Zadanie 6.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W chwili $t = 0{,}90$ s

A. prędkość ciała jest równa zeru, a przyspieszenie ma największą wartość i zwrot przeciwny do zwrotu osi x.

B. prędkość ciała ma największą wartość, a przyspieszenie jest równe zeru.

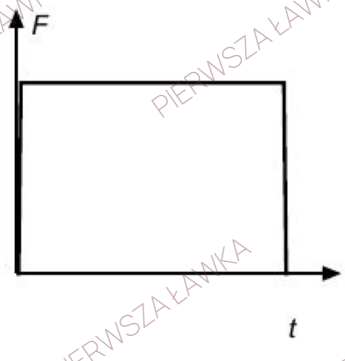
C. prędkość ciała jest równa zeru, a przyspieszenie ma największą wartość i zwrot zgodny ze zwrotem osi x.

D. prędkość i przyspieszenie ciała są równe zeru.

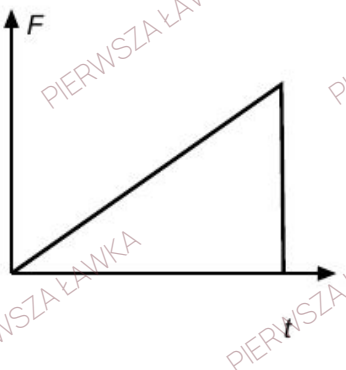
Zadanie 12.3. (0–1)

Który wykres przedstawia zależność wartości siły, z jaką zderzak działa na wózek, od czasu trwania kontaktu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

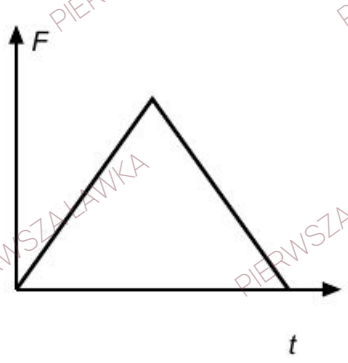
A.



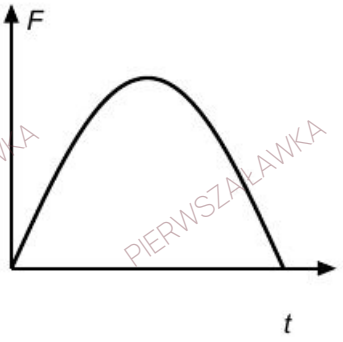
B.



C.



D.



Zadanie 12.4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.

Gdyby wózek uderzył w zderzak z dwukrotnie większą prędkością, czas kontaktu ze zderzakiem

A	byłby dwa razy dłuższy,	ponieważ	**1.**	wózek musi zatrzymać się po przebyciu dwa razy dłuższej drogi.
B	byłby taki sam,		**2.**	okres drgań ciężarka na sprężynie nie zależy od amplitudy.

Zadanie 13. (0–5)

Wysokie budynki pod wpływem silnego wiatru kołyszą się z okresem drgań własnych. Aby ograniczyć te wahania, w niektórych wieżowcach na najwyższych piętrach zawiesza się na stalowych linach masywną kulę, która może się swobodnie wahać – tzw. strojony tłumik masowy. Długość lin dobiera się tak, aby okres wahań kuli był równy okresowi drgań własnych budynku. Kula połączona jest z konstrukcją hydraulicznymi amortyzatorami.

Przyjmij, że: • kula z linami jest wahadłem matematycznym; • okres drgań własnych budynku wynosi 6,0 s; • $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.

Na podstawie: opracowanie własne na podstawie ogólnodostępnych opisów strojonych tłumików masowych w wieżowcach

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z fizyki (poziom rozszerzony) – zbiór zadań, rozdział 5: Drgania i sprężystość – repetytorium, zadania i zasady oceniania

Podgląd pokazał 8 z 25 stron. Pełna wersja: 25 stron A4, PDF do druku.

- Zadania (25 stron): repetytorium działu (Sprężystość i prawo Hooke'a, Ruch harmoniczny – opis, Wykresy x(t), v(t), a(t), Okres drgań: ciężarek na sprężynie i wahadło, Energia w ruc
- Rozwiązania (24 strony): klucz do zadań zamkniętych, rozwiązania zadań rachunkowych krok po kroku, przykładowe odpowiedzi do zadań otwartych i zasady oceniania w układzie CKE – za

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/fizyka-matura-zbior-zadan-rozdzial-05-drgania