PIERWSZA ŁAWKA · ZBIÓR ZADAŃ MATURALNYCH · PP · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM PODSTAWOWY

Rozdział 10. Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe

Kąty w graniastosłupach i ostrosłupach (krawędź, ściana, przekątna a podstawa), trójkąty robocze, objętość i pole z trygonometrią, walec, stożek (kąt rozwarcia, tworząca, rozwinięcie), kula, bryły podobne (k, k^2, k^3) – zadania 25–28 arkusza podstawowego. 101 zadań maturalnych z matematyki (poziom podstawowy) w trzech sekcjach: wprowadzające, maturalne i trudniejsze, z repetytorium, wzorcowymi rozwiązaniami i kluczem z zasadami oceniania w stylu CKE.

Karta	Temat	Zadania
1	**Rozdział 10. Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – repetytorium** Najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania, jak oceni to CKE	4 zad. 9 pkt
2	**A. Zadania wprowadzające – Graniastosłupy i ostrosłupy** Proste ćwiczenia umiejętności z tematu	12 zad. 36 pkt
3	**A. Zadania wprowadzające – Bryły obrotowe i bryły podobne** Proste ćwiczenia umiejętności z tematu	12 zad. 33 pkt
4	**A. Zadania wprowadzające – trening: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe** Zadania krok po kroku	7 zad. 16 pkt
5	**B. Zadania maturalne – Graniastosłupy i ostrosłupy** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	24 zad. 50 pkt
6	**B. Zadania maturalne – Bryły obrotowe i bryły podobne** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	25 zad. 49 pkt
7	**B. Zadania maturalne – Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe** Na poziomie arkuszy CKE 2025–2026	12 zad. 24 pkt
8	**C. Zadania trudniejsze – Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe** Nietypowe ujęcia i zadania wieloetapowe	5 zad. 13 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Rozdział zaczyna się od repetytorium: najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania krok po kroku i to, jak CKE ocenia ten typ zadań.
- Sekcja A to zadania wprowadzające, sekcja B – zadania maturalne (formuły poleceń i punktacja jak w arkuszach CKE), sekcja C – zadania trudniejsze.
- Na końcu jest klucz: odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE.
- Osobny plik „Powtórka" zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy i test „Sprawdź się".

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: X.1–X.6 (+ VII.4); cele ogólne III.1, III.3, IV.4. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Rozdział 10. Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – repetytorium

Najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania, jak oceni to CKE

KARTA 1/8

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Gdzie w arkuszu.** Stereometria to zadania 25–28 arkusza PP: co roku 3–5 punktów, zwykle jedno zadanie zamknięte i jedno otwarte za 2–4 punkty („Oblicz objętość… Zapisz obliczenia."). W 2023 r. otwarte zadanie z ostrosłupem rozwiązało 53% zdających, w 2026 r. – 43%. Od 2025 r. wracają bryły obrotowe (stożek i walec), a zadanie o bryłach podobnych z 2024 r. rozwiązało tylko 23% zdających.
- **Trójkąt roboczy – rysuj go osobno.** W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCDS$ (O – środek podstawy, E – środek krawędzi BC) są trzy trójkąty prostokątne: SOA (wysokość H, połowa przekątnej podstawy $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, krawędź boczna), SOE (wysokość H, $\frac{a}{2}$, wysokość ściany h_s) i SEB (h_s, $\frac{a}{2}$, krawędź boczna). W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym środek podstawy dzieli wysokość trójkąta równobocznego w stosunku 2 : 1: $|OA| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $|OM| = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.
- **Jak rozpoznać kąt.** Kąt nachylenia krawędzi bocznej do podstawy – między krawędzią a jej rzutem ($\sphericalangle SAO$). Kąt nachylenia ściany bocznej do podstawy – między dwoma odcinkami prostopadłymi do wspólnej krawędzi ($\sphericalangle SEO$, E – środek krawędzi podstawy). Kąt nachylenia przekątnej graniastosłupa do podstawy – między przekątną bryły a przekątną podstawy. Zapisz na rysunku, który to kąt, i dopiero potem licz.
- **Bryły obrotowe.** W stożku: $l^2 = r^2 + h^2$, kąt nachylenia tworzącej do podstawy leży przy promieniu, a kąt rozwarcia to kąt przy wierzchołku w trójkącie o bokach l, l, $2r$ – jego połowa leży w trójkącie prostokątnym o bokach r, h, l. Walec: $V = \pi r^2 h$, $P_b = 2\pi rh$. Kula: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, $P = 4\pi r^2$ (wzory są w karcie wzorów).
- **Bryły podobne.** Gdy bryła F_2 jest podobna do F_1 w skali k, to długości rosną k razy, pola – k^2 razy, a objętości – k^3 razy. Z ilorazu objętości najpierw wyznacz k (pierwiastek stopnia 3), dopiero potem stosunek pól: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{27}{8}$, więc $k = \frac{3}{2}$ i $\frac{P_2}{P_1} = \frac{9}{4}$.

Zadanie CKE	Kamienie milowe (drabinka)	Uwagi w zasadach oceniania
ostrosłup, 2 pkt (2026)	1 pkt – wysokość bryły albo pole podstawy; 2 pkt – objętość	inna bryła niż w treści – 0 pkt
stożek, 3 pkt (2025)	1 pkt – r albo h (albo r^2); 2 pkt – r i h; 3 pkt – objętość	przyjęcie trójkąta równobocznego albo $h = l$ – 0 pkt

Przykład 3. (zadanie „wpisz”, 2 pkt) Objętość stożka S_2 jest równa 250π, a objętość podobnego do niego stożka S_1 jest równa 16π. Pole powierzchni całkowitej stożka S_1 jest równe 12π. Oblicz skalę podobieństwa i pole powierzchni całkowitej stożka S_2.

$k^3 = \frac{250\pi}{16\pi} = \frac{125}{8}$, więc $k = \frac{5}{2}$ (pierwiastek stopnia 3, nie kwadratowy).

Pola rosną $k^2 = \frac{25}{4}$ razy: $P_2 = 12\pi \cdot \frac{25}{4} = 75\pi$.

Najczęstszy błąd (2024 r.): mnożenie pola przez $\frac{125}{8}$ albo przez $\frac{5}{2}$.

Przykład 4. (zadanie zamknięte, 1 pkt) Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 4, a wysokość graniastosłupa jest równa 2. Oblicz sinus i tangens kąta nachylenia przekątnej graniastosłupa do płaszczyzny podstawy.

Kąt α leży między przekątną AG a przekątną podstawy AC; trójkąt ACG jest prostokątny ($\sphericalangle ACG = 90°$).

Sposób I. $|AC| = 4\sqrt{2}$, $|AG| = \sqrt{32 + 4} = 6$, więc $\sin\alpha = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Sposób II. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{|CG|}{|AC|} = \frac{2}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ – bez liczenia przekątnej bryły.

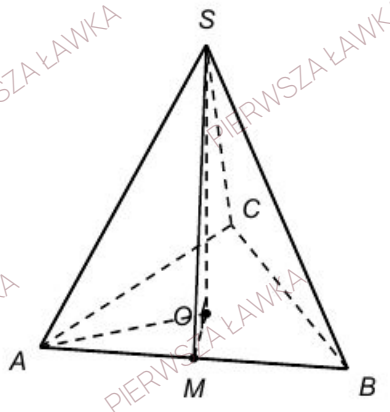
Dystraktor: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{4}$ – to kąt przekątnej **ściany bocznej**, a nie bryły.

ZADANIA

Zadanie 1. Oblicz. ___ / 4 pkt

1. przekątna kwadratu o boku 5: _____
2. wysokość trójkąta równobocznego o boku 8: _____
3. objętość walca o promieniu podstawy 2 i wysokości 9: _____
4. objętość stożka o promieniu podstawy 3 i wysokości 5: _____

Zadanie 2. Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny *ABCS*. Punkt *O* jest środkiem podstawy, a *M* – środkiem krawędzi *AB* (zobacz rysunek). Kątem nachylenia ściany bocznej *ABS* do płaszczyzny podstawy jest kąt ___ / 1 pkt



A. $\sphericalangle SBO$ **B.** $\sphericalangle OSM$ **C.** $\sphericalangle SMO$ **D.** $\sphericalangle SMB$

Podgląd • Pierwsza Ławka

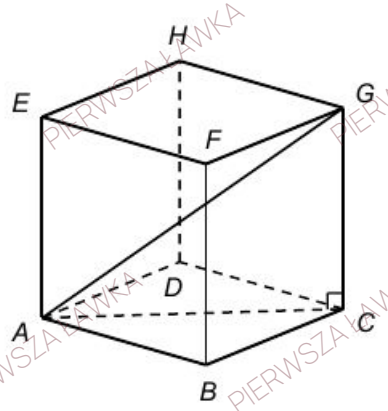
A. Zadania wprowadzające – Graniastosłupy i ostrosłupy

KARTA 2/8

Proste ćwiczenia umiejętności z tematu

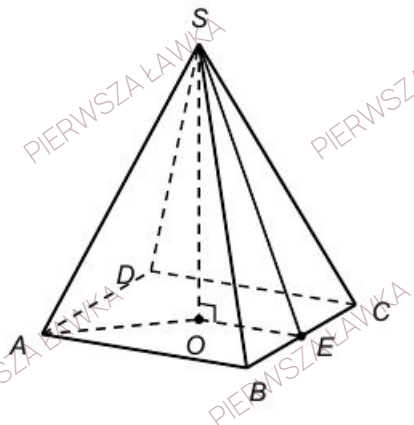
Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 36 pkt

Zadanie 1. W sześcianie *ABCDEFGH* (zobacz rysunek) określ wzajemne położenie prostych: przecinające się, równoległe czy skośne. ___ / 4 pkt



1. *AB* i *EF*: _____
2. *AB* i *CG*: _____
3. *AE* i *EH*: _____
4. *AC* i *EG*: _____

Zadanie 2. Punkt *O* jest środkiem podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego *ABCDS*, a *E* – środkiem krawędzi *BC* (zobacz rysunek). Kątem nachylenia krawędzi bocznej *SA* do płaszczyzny podstawy jest kąt ___ / 1 pkt



A. *SEO* **B.** *ASO* **C.** *SAB* **D.** *SAO*

Zadanie 3. Oceń, czy zdanie o ostrosłupie prawidłowym jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

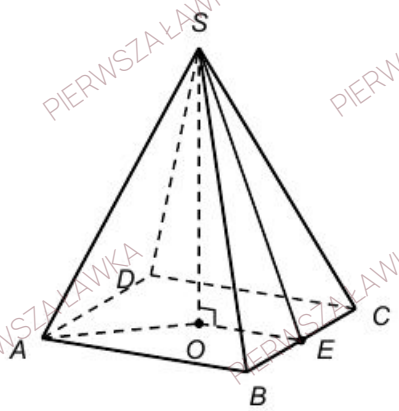
1. Wszystkie krawędzie boczne mają równe długości.	**P**	**F**
2. Ściany boczne są trójkątami równobocznymi.	**P**	**F**
3. Spodek wysokości ostrosłupa jest środkiem okręgu opisanego na podstawie.	**P**	**F**

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 4. Oblicz. ___ / 3 pkt

1. objętość graniastosłupa o polu podstawy 12 i wysokości 5: _____
2. objętość ostrosłupa o polu podstawy 12 i wysokości 5: _____
3. długość przekątnej sześcianu o krawędzi 4: _____

Zadanie 5. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym *ABCDS* punkt *O* jest środkiem podstawy, a *E* – środkiem krawędzi *BC* (zobacz rysunek). Dopasuj do każdego opisu (1–4) właściwy kąt (a–d). ___ / 4 pkt



1. kąt nachylenia krawędzi bocznej *SC* do płaszczyzny podstawy	a) $\sphericalangle SEO$
2. kąt nachylenia ściany bocznej *BCS* do płaszczyzny podstawy	b) $\sphericalangle SCO$
3. kąt między krawędzią boczną *SC* a wysokością ostrosłupa	c) $\sphericalangle OSC$
4. kąt między dwiema krawędziami bocznymi tej samej ściany	d) $\sphericalangle BSC$

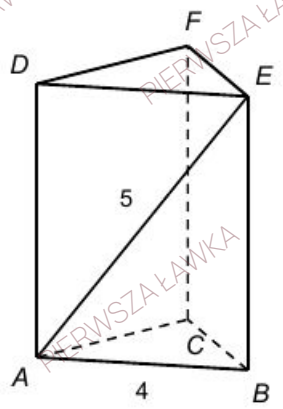
1 ____ 2 ____ 3 ____ 4 ____

Zadanie 6. Prostopadłościan ma krawędzie o długościach 3, 4 i 12 (krawędź długości 12 jest wysokością). Oblicz długość przekątnej prostopadłościanu oraz sinus i tangens kąta nachylenia tej przekątnej do płaszczyzny podstawy. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 7. Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość 4, a przekątna ściany bocznej – długość 5 (zobacz rysunek). Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa.

___ / 3 pkt



Zadanie 8. Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 6, a krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45°. Oblicz objętość ostrosłupa i długość krawędzi bocznej. Jakimi trójkątami są ściany boczne tego ostrosłupa?

___ / 3 pkt

Zadanie 9. Kąt dwuścienny między dwiema sąsiednimi ścianami bocznymi graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma miarę

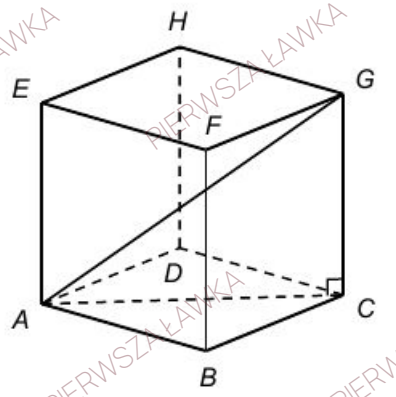
___ / 1 pkt

A. 60° **B.** 120° **C.** 90° **D.** 135°

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 10. Dany jest sześcian *ABCDEFGH* (zobacz rysunek). Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

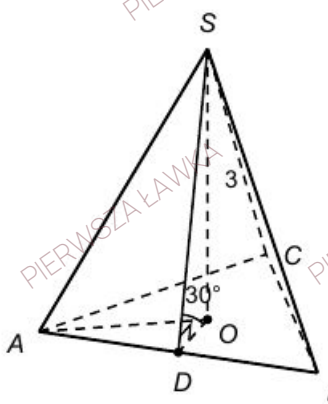
___ / 4 pkt



1. Proste *AB* i *CG* są prostopadłe.	**P**	**F**
2. Proste *AB* i *CG* mają punkt wspólny.	**P**	**F**
3. Proste *AC* i *EG* są równoległe.	**P**	**F**
4. Proste *AG* i *CE* są skośne.	**P**	**F**

Zadanie 11. Wysokość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość 3, a ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° (zobacz rysunek). Oblicz długość krawędzi podstawy, objętość i pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

___ / 4 pkt



Podgląd • Pierwsza Ławka

A. Zadania wprowadzające – Bryły obrotowe i bryły podobne

KARTA 3/8

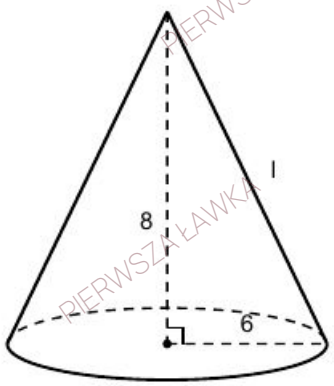
Proste ćwiczenia umiejętności z tematu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 33 pkt

Zadanie 1. Walec ma promień podstawy 3 i wysokość 4. Oblicz. ___ / 3 pkt

1. objętość: _____
2. pole powierzchni bocznej: _____
3. pole powierzchni całkowitej: _____

Zadanie 2. Promień podstawy stożka ma długość 6, a wysokość – długość 8 (zobacz rysunek). Tworząca tego stożka ma długość ___ / 1 pkt



A. 10 **B.** 14 **C.** 100 **D.** $2\sqrt{7}$

Zadanie 3. Bryłę powiększono w skali 2. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Pole powierzchni bryły wzrosło 4 razy.	**P**	**F**
2. Objętość bryły wzrosła 6 razy.	**P**	**F**
3. Każda krawędź (wysokość, promień) wzrosła 2 razy.	**P**	**F**

Zadanie 4. Kula ma promień 10. Oblicz. ___ / 2 pkt

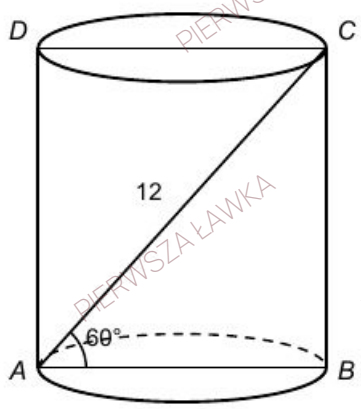
1. pole powierzchni kuli: _____
2. objętość kuli: _____

Zadanie 5. Promień podstawy stożka ma długość 5, a tworząca – długość 13. Oblicz wysokość, objętość i pole powierzchni całkowitej stożka. ___ / 3 pkt

Zadanie 6. Promień podstawy stożka jest równy jego wysokości. Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę ___ / 1 pkt

A. 60° **B.** 45° **C.** 120° **D.** 90°

Zadanie 7. Prostokąt *ABCD*, w którym *AB* i *CD* są średnicami podstaw walca, ma przekątną *AC* długości 12, nachyloną do średnicy *AB* pod kątem 60° (zobacz rysunek). Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej walca. ___ / 3 pkt



Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 8. Dopasuj do każdej figury (1–4) bryłę (a–d), która powstaje z jej obrotu wokół wskazanej prostej. ___ / 4 pkt

1. prostokąt o bokach 3 i 5, obrót wokół boku długości 5	a) walec o promieniu 5 i wysokości 3
2. trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 3 i 4, obrót wokół przyprostokątnej długości 4	b) kula o promieniu 3
3. półkole o promieniu 3, obrót wokół średnicy	c) stożek o promieniu 3 i wysokości 4
4. prostokąt o bokach 3 i 5, obrót wokół boku długości 3	d) walec o promieniu 3 i wysokości 5

1 ____ 2 ____ 3 ____ 4 ____

Zadanie 9. Pole powierzchni kuli jest równe 100π. Oblicz objętość tej kuli. Ile razy wzrośnie objętość kuli, gdy jej promień zwiększymy trzykrotnie? ___ / 2 pkt

Zadanie 10. Bryły F_1 i F_2 są podobne. Uzupełnij. ___ / 4 pkt

1. skala $k = 2$: stosunek pól powierzchni F_2 do F_1 jest równy _____
2. skala $k = 2$: stosunek objętości F_2 do F_1 jest równy _____
3. stosunek objętości jest równy 64, więc stosunek pól powierzchni jest równy _____
4. stosunek pól powierzchni jest równy 9, więc stosunek objętości jest równy _____

PIERWSZA ŁAWKA

C. Zadania trudniejsze – Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe

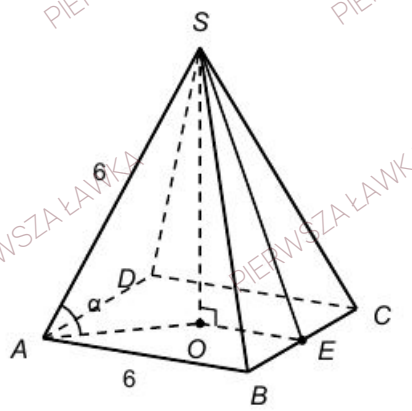
Nietypowe ujęcia i zadania wieloetapowe

KARTA 8/8

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 13 pkt

Zadanie 1. Wszystkie krawędzie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego mają długość 6. Oblicz objętość tego ostrosłupa i miarę kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt



PIERWSZA ŁAWKA

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom podstawowy) – zbiór zadań, rozdział 10: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe, z

Podgląd pokazał 12 z 60 stron. Pełna wersja: 60 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Rozdział 10. Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – repetytorium – 4 zadania, 9 pkt
- A. Zadania wprowadzające – Graniastosłupy i ostrosłupy – 12 zadań, 36 pkt
- A. Zadania wprowadzające – Bryły obrotowe i bryły podobne – 12 zadań, 33 pkt
- A. Zadania wprowadzające – trening: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – 7 zadań, 16 pkt
- B. Zadania maturalne – Graniastosłupy i ostrosłupy – 24 zadania, 50 pkt
- B. Zadania maturalne – Bryły obrotowe i bryły podobne – 25 zadań, 49 pkt
- B. Zadania maturalne – Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – 12 zadań, 24 pkt
- C. Zadania trudniejsze – Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – 5 zadań, 13 pkt Na końcu: klucz do zadań zamkniętych, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oce

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-matura-pp-zbior-zadan-rozdzial-10-stereometria