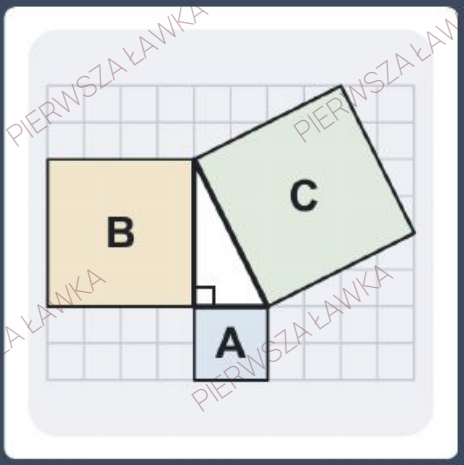
LEKCJA 1 Z 5 · TWIERDZENIE PITAGORASA

Odkrywamy twierdzenie Pitagorasa

Pytanie kluczowe: Jaki związek łączy boki trójkąta prostokątnego? Uczniowie powinni znać kwadrat liczby, pole kwadratu i pojęcie kąta prostego.



Przedmiot	Matematyka
Klasa	klasa 7
Cykl	Twierdzenie Pitagorasa – lekcja 1 z 5
Temat lekcji	**Odkrywamy twierdzenie Pitagorasa**
Czas	45 minut
Metody	rozmowa kierowana, pokaz na kratce, praca w parach, praca z kartą
Formy pracy	praca z całą klasą, praca w parach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne	zeszyty w kratkę, linijki, nożyczki, kartki z trójkątem prostokątnym 3 × 4 kratki i kwadratami na bokach (po jednej na parę), karta pracy 1, tablica w kratkę

Cel ogólny

Uczeń poznaje twierdzenie Pitagorasa i nazwy boków trójkąta prostokątnego.

Cele operacyjne – uczeń po lekcji:

- wskazuje przyprostokątne i przeciwprostokątną w trójkącie prostokątnym
- oblicza pola kwadratów zbudowanych na bokach trójkąta prostokątnego narysowanego na kratce
- zapisuje twierdzenie Pitagorasa wzorem $a^2 + b^2 = c^2$ dla danego trójkąta
- sprawdza na przykładzie, że suma długości przyprostokątnych nie jest równa przeciwprostokątnej

Cele w języku ucznia

- Wiem, który bok to przeciwprostokątna.
- Umiem zapisać twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta z rysunku.
- Wiem, że twierdzenie dotyczy tylko trójkąta prostokątnego.

Wymagania z podstawy programowej

- **VIII.7** – zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego)

Źródło: podstawa programowa z 2017 r. w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996) – obowiązuje w klasach 5–8 w roku szkolnym 2026/2027 i na egzaminie ósmoklasisty w latach 2027–2030.

Kryteria sukcesu

- Pokazuję przeciwprostokątną – leży naprzeciw kąta prostego.
- Zapisuję $a^2 + b^2 = c^2$ dla trójkąta o bokach 3, 4, 5.
- Obliczam pole kwadratu na przeciwprostokątnej z pól dwóch pozostałych kwadratów.

Przebieg lekcji

Czas	Faza	Co robi nauczyciel	Co robią uczniowie
0–5 min	Wprowadzenie – trójkąt prostokątny	• Rysuje trójkąt prostokątny i pyta: „Po czym poznać, że trójkąt jest prostokątny?” (ma kąt prosty). • Wprowadza nazwy: boki przy kącie prostym to przyprostokątne (a, b), bok naprzeciw kąta prostego to przeciwprostokątna (c). Pyta: „Który bok jest najdłuższy?” – przeciwprostokątna. • Zapisuje temat i pytanie kluczowe: „Jaki związek łączy boki trójkąta prostokątnego?”.	• Wskazują kąt prosty i nazywają boki. • Zapisują nazwy w zeszycie.
5–15 min	Kwadraty na bokach – pary liczą kratki	• Rozdaje kartki: trójkąt o przyprostokątnych 3 i 4 kratki, na każdym boku narysowany kwadrat. • Pyta: „Ile kratek ma kwadrat na boku 3?” (9). „Na boku 4?” (16). „Kwadratu na przeciwprostokątnej nie da się policzyć wprost – jest ukośny. Jak go zmierzyć?” – uczniowie mierzą bok linijką: 5 kratek, więc pole 25. • Zapisuje: 9 + 16 = 25. Pyta: „Co zauważacie?” – pole dużego kwadratu jest sumą pól dwóch mniejszych.	• Liczą kratki, mierzą przeciwprostokątną, zapisują pola. • Formułują spostrzeżenie.
15–25 min	Drugi przykład i zapis twierdzenia	• Rysuje trójkąt o przyprostokątnych 6 i 8 kratek. Pary obliczają: 36 + 64 = 100, a przeciwprostokątna ma 10 kratek, $10^2 = 100$.	• Sprawdzają drugi przykład.

		• Zapisuje twierdzenie: „W trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej: $a^2 + b^2 = c^2$”. • Pyta: „Czy 3 + 4 = 5?” – nie, 3 + 4 = 7. Podkreśla: dodajemy kwadraty, nie boki.	• Zapisują twierdzenie i rysunek z oznaczeniami a, b, c.
25–33 min	Zapisz wzór dla trójkąta z rysunku	• Rysuje trzy trójkąty prostokątne w różnych położeniach (kąt prosty u góry, z prawej, u dołu) i oznacza boki literami k, l, m. • Uczniowie zapisują twierdzenie dla każdego trójkąta, np. $k^2 + m^2 = l^2$, gdy l leży naprzeciw kąta prostego. • Typowy błąd: uczeń zawsze zapisuje „c” po prawej stronie bez patrzenia na kąt prosty. Nauczyciel pyta: „Gdzie jest kąt prosty? Który bok leży naprzeciwko?”.	• Zapisują wzory, porównują w parach.
33–42 min	Karta pracy 1	• Rozdaje kartę. Sprawdza zadania 1–2 u kilku uczniów, w zadaniu 4 przypomina o kwadratach.	• Rozwiązują zadania 1–6.
42–45 min	Podsumowanie	• Pyta: „Jak brzmi twierdzenie Pitagorasa? Dla jakich trójkątów je stosujemy?”. • Prosi o podanie pola kwadratu na przeciwprostokątnej, gdy pozostałe mają 49 i 576 (625).	• Formułują twierdzenie ustnie i odpowiadają na pytanie.

Typowe trudności uczniów

- Mylenie przeciwprostokątnej z przyprostokątną, gdy trójkąt jest obrócony.
- Dodawanie długości boków zamiast ich kwadratów (3 + 4 = 7, a nie 5).
- Stosowanie wzoru do trójkąta, który nie jest prostokątny.

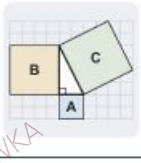
Ewaluacja lekcji

- Zadanie 2 pokazuje, czy uczeń wskazuje przeciwprostokątną w obróconym trójkącie.
- Zadanie 4 pokazuje, czy uczeń dodaje kwadraty, a nie boki.
- Odpowiedzi w podsumowaniu: ilu uczniów podało 625.

PIERWSZA ŁAWKA

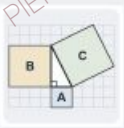
Karta pracy do lekcji 1

Odkrywamy twierdzenie Pitagorasa



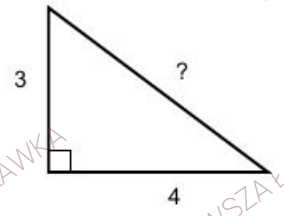
12 pkt
RAZEM

Imię i nazwisko ..... Data ..... Wynik: ..... / 12 pkt



Podpowiedź: Pole kwadratu na przeciwprostokątnej = suma pól kwadratów na przyprostokątnych

1 Spójrz na trójkąt prostokątny. Uzupełnij. ___ / 2 pkt



1. Przyprostokątne mają długości _____ i _____.
2. Przeciwprostokątna leży naprzeciw kąta _____.

2 W trójkącie prostokątnym KLM kąt prosty jest przy wierzchołku M. Który bok jest przeciwprostokątną? ___ / 1 pkt

A. LM **B.** każdy z nich **C.** KL **D.** KM

3 Na bokach trójkąta prostokątnego zbudowano kwadraty. Uzupełnij pole trzeciego kwadratu. ___ / 3 pkt

1. kwadraty na przyprostokątnych: 9 i 16, na przeciwprostokątnej: _____
2. kwadraty na przyprostokątnych: 36 i 64, na przeciwprostokątnej: _____
3. kwadrat na przeciwprostokątnej: 100, na jednej przyprostokątnej: 36, na drugiej: _____

4 Trójkąt jest prostokątny, jego przyprostokątne mają długości 5 i 12, a przeciwprostokątna 13. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe. Zaznacz P albo F. ___ / 3 pkt

1. $5^2 + 12^2 = 13^2$	**P**	**F**
2. 5 + 12 = 13	**P**	**F**
3. Najdłuższy bok to przeciwprostokątna.	**P**	**F**

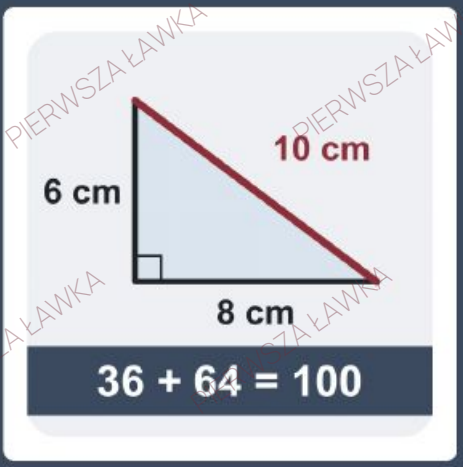
5 Zapisz twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta prostokątnego, w którym kąt prosty leży naprzeciw boku d, a pozostałe boki to e i f. ___ / 1 pkt

1. _____ + _____ = _____

LEKCJA 2 Z 5 · TWIERDZENIE PITAGORASA

Obliczamy przeciwprostokątną

Pytanie kluczowe: Jak obliczyć najdłuższy bok trójkąta prostokątnego? Uczniowie powinni znać twierdzenie Pitagorasa i obliczać pierwiastki kwadratowe z kwadratów liczb naturalnych.



Przedmiot	Matematyka
Klasa	klasa 7
Cykl	Twierdzenie Pitagorasa – lekcja 2 z 5
Temat lekcji	**Obliczamy przeciwprostokątną**
Czas	45 minut
Metody	pokaz z objaśnieniem, ćwiczenia przy tablicy, praca w parach, praca z kartą
Formy pracy	praca z całą klasą, praca w parach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne	karta pracy 2, tablica, tabela kwadratów liczb 1–30 na tablicy

Cel ogólny

Uczeń oblicza długość przeciwprostokątnej, gdy zna długości przyprostokątnych.

Cele operacyjne – uczeń po lekcji:

- oblicza przeciwprostokątną, gdy wynik jest liczbą naturalną
- zapisuje wynik w postaci pierwiastka, gdy nie jest liczbą naturalną, np. $\sqrt{13}$
- szacuje, między jakimi liczbami naturalnymi leży otrzymany pierwiastek
- zapisuje rozwiązanie w kolejności: wzór – podstawienie – wynik z jednostką

Cele w języku ucznia

- Umiem obliczyć przeciwprostokątną.
- Wiem, kiedy wynik zostawiam pod pierwiastkiem.
- Zapisuję obliczenia krok po kroku i podaję jednostkę.

Wymagania z podstawy programowej

- **VIII.7** – zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego)
- **II.1** – oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych
- **II.2** – szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki

Źródło: podstawa programowa z 2017 r. w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996) – obowiązuje w klasach 5–8 w roku szkolnym 2026/2027 i na egzaminie ósmoklasisty w latach 2027–2030.

Kryteria sukcesu

- Obliczam przeciwprostokątną dla przyprostokątnych 8 i 15.
- Zapisuję $\sqrt{13}$ i wiem, że to liczba między 3 a 4.
- Piszę wynik z jednostką.

Przebieg lekcji

Czas	Faza	Co robi nauczyciel	Co robią uczniowie
0–5 min	Przypomnienie	• Pyta: „Jak brzmi twierdzenie Pitagorasa?”. Prosi o obliczenie z pamięci: 7^2, 12^2, 15^2, 17^2 (49, 144, 225, 289). • Zapisuje temat i pytanie kluczowe: „Jak obliczyć najdłuższy bok trójkąta prostokątnego?”.	• Podają twierdzenie i kwadraty liczb.
5–15 min	Przykład wzorcowy	• Rysuje trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 8 cm i 15 cm, przeciwprostokątna x. • Zapisuje: $8^2 + 15^2 = x^2$, $64 + 225 = x^2$, $x^2 = 289$, $x = 17$ (bo $17^2 = 289$). Odpowiedź: 17 cm. • Pyta: „Czy x może być równe −17?” – nie, długość jest dodatnia. • Drugi przykład z uczniem przy tablicy: przyprostokątne 9 i 12 → 81 + 144 = 225, x = 15.	• Przepisują wzór rozwiązania. • Jeden uczeń rozwiązuje przy tablicy, reszta w zeszytach.
15–25 min	Gdy wynik nie jest liczbą naturalną	• Przykład: przyprostokątne 2 cm i 3 cm. 4 + 9 = 13, $x^2 = 13$, $x = \sqrt{13}$ cm. • Pyta: „Między jakimi liczbami naturalnymi leży $\sqrt{13}$?” – $3^2 = 9$, $4^2 = 16$, więc $3 < \sqrt{13} < 4$.	• Zapisują wyniki w postaci pierwiastka. • Szacują $\sqrt{13}$ i $\sqrt{2}$.

		• Przykład: przyprostokątne 1 i 1 → x = √2. Podkreśla: wynik √13 jest dokładny – nie zamieniamy go na przybliżenie, jeśli zadanie tego nie wymaga.	
25–33 min	Ćwiczenia w parach – szybkie trójki	• Dyktuje pary przyprostokątnych: 12 i 16, 7 i 24, 4 i 5. Pary liczą i porównują wyniki (20, 25, √41). • Typowy błąd: 4 + 5 = 9, x = 3. Nauczyciel pyta: „Gdzie są kwadraty?”.	• Liczą w parach, jedna osoba liczy, druga sprawdza, potem zamiana.
33–42 min	Karta pracy 2	• Rozdaje kartę, obserwuje zapis rozwiązań, przypomina o jednostkach.	• Rozwiązują zadania 1–6.
42–45 min	Podsumowanie	• Pyta: „Jakie trzy kroki wykonujemy przy obliczaniu przeciwprostokątnej?” (kwadraty, suma, pierwiastek). • Prosi o oszacowanie √41 (między 6 a 7).	• Wymieniają kroki, szacują pierwiastek.

Typowe trudności uczniów

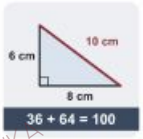
- Pominięcie pierwiastkowania – uczeń podaje x = 289 zamiast 17.
- Dodawanie boków bez podnoszenia do kwadratu.
- Zamiana √13 na liczbę „na oko”, np. 3,5, zamiast pozostawienia dokładnego wyniku.

Ewaluacja lekcji

- Zadanie 2 pokazuje, czy uczeń wyciąga pierwiastek po dodaniu kwadratów.
- Zadanie 4 pokazuje, czy uczeń szacuje pierwiastek.
- Pytanie o trzy kroki w podsumowaniu.

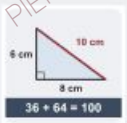
Karta pracy do lekcji 2

Obliczamy przeciwprostokątną



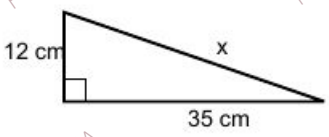
13 pkt
RAZEM

Imię i nazwisko _____ Data _____ Wynik: ..... / 13 pkt



Podpowiedź: $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, więc przeciwprostokątna ma 10 cm

1 **Oblicz długość x przeciwprostokątnej.** ___ / 1 pkt



1. x = _____ cm

2 **Trójkąt jest prostokątny. Oblicz długość przeciwprostokątnej c.** ___ / 4 pkt

1. a = 10, b = 24, c = _____
2. a = 9, b = 40, c = _____
3. a = 20, b = 21, c = _____
4. a = 0,6, b = 0,8, c = _____

3 **Oblicz przeciwprostokątną. Zapisz wynik w postaci pierwiastka.** ___ / 2 pkt

1. przyprostokątne 3 i 5: c = _____
2. przyprostokątne 2 i 7: c = _____

4 **Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość $\sqrt{34}$ cm. Między którymi liczbami leży ta długość?** ___ / 1 pkt

A. 5 cm i 6 cm **B.** 17 cm i 18 cm **C.** 3 cm i 5 cm **D.** 33 cm i 35 cm

5 **Oceń, czy zdanie jest prawdziwe. Zaznacz P albo F.** ___ / 3 pkt

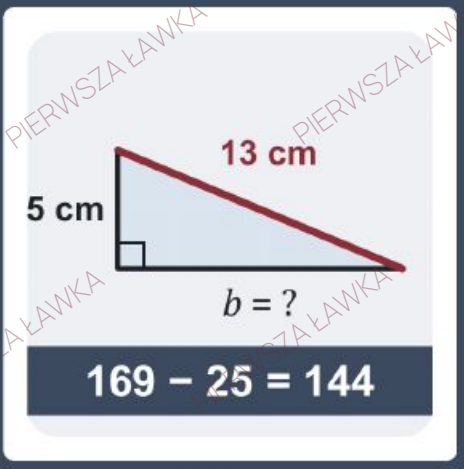
1. Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 1 i 1 ma przeciwprostokątną $\sqrt{2}$.	P	F
2. Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 10 i 24 ma przeciwprostokątną 34.	P	F
3. Przeciwprostokątna jest zawsze dłuższa od każdej przyprostokątnej.	P	F

6 **Ola obliczyła przeciwprostokątną trójkąta o przyprostokątnych 20 cm i 21 cm i zapisała: „$20^2 + 21^2 = 841$, więc przeciwprostokątna ma 841 cm”. Znajdź błąd i podaj poprawny wynik.** ___ / 2 pkt

LEKCJA 3 Z 5 · TWIERDZENIE PITAGORASA

Obliczamy przyprostokątną

Pytanie kluczowe: Jak obliczyć przyprostokątną, gdy znamy przeciwprostokątną? Uczniowie powinni umieć obliczać przeciwprostokątną i pierwiastki z kwadratów liczb.



Przedmiot	Matematyka
Klasa	klasa 7
Cykl	Twierdzenie Pitagorasa – lekcja 3 z 5
Temat lekcji	**Obliczamy przyprostokątną**
Czas	45 minut
Metody	pokaz z objaśnieniem, porównanie dwóch typów zadań, praca w parach, praca z kartą
Formy pracy	praca z całą klasą, praca w parach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne	karta pracy 3, kartoniki z napisami „dodaję” i „odejmuję” (po komplecie na parę), tablica

Cel ogólny

Uczeń oblicza długość przyprostokątnej, gdy zna przeciwprostokątną i drugą przyprostokątną.

Cele operacyjne – uczeń po lekcji:

- przekształca zapis $a^2 + b^2 = c^2$ do postaci $b^2 = c^2 - a^2$
- oblicza przyprostokątną, gdy wynik jest liczbą naturalną albo pierwiastkiem
- wyłącza czynnik przed znak pierwiastka w prostych przypadkach, np. $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
- rozpoznaje, czy w zadaniu szuka przeciwprostokątnej, czy przyprostokątnej

Cele w języku ucznia

- Wiem, kiedy dodaję kwadraty, a kiedy odejmuję.
- Umiem obliczyć brakującą przyprostokątną.
- Umiem uprościć $\sqrt{20}$ do $2\sqrt{5}$.

Wymagania z podstawy programowej

- **VIII.7** – zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego)
- **II.1** – oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych
- **II.4** – oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka

Źródło: podstawa programowa z 2017 r. w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996) – obowiązuje w klasach 5–8 w roku szkolnym 2026/2027 i na egzaminie ósmoklasisty w latach 2027–2030.

Kryteria sukcesu

- Obliczam przyprostokątną: $13^2 - 5^2 = 144$, więc 12.
- Zawsze odejmuję od kwadratu przeciwprostokątnej.
- Upraszczam pierwiastek, gdy się da.

Przebieg lekcji

Czas	Faza	Co robi nauczyciel	Co robią uczniowie
0–5 min	Przypomnienie	• Pyta: „Przyprostokątne 6 i 8 – ile wynosi przeciwprostokątna?” (10). • Odwraca pytanie: „Przeciwprostokątna 10, przyprostokątna 6 – jak obliczyć drugą?”. Zapisuje temat i pytanie kluczowe: „Jak obliczyć przyprostokątną?”.	• Odpowiadają, proponują sposób.
5–15 min	Przykład wzorcowy	• Zapisuje: $6^2 + b^2 = 10^2$, więc $b^2 = 100 - 36 = 64$, $b = 8$. • Drugi przykład: przeciwprostokątna 13 cm, przyprostokątna 5 cm. $b^2 = 169 - 25 = 144$, $b = 12$ cm. • Typowy błąd: $10^2 + 6^2 = 136$. Pyta: „Czy przyprostokątna może być dłuższa od przeciwprostokątnej?” – nie, $\sqrt{136} > 10$, więc wynik jest niemożliwy.	• Zapisują oba przykłady, wyjaśniają, dlaczego odejmujemy.
15–25 min	Dodaję czy odejmuję? – gra w parach	• Pokazuje kolejno rysunki: dane dwie przyprostokątne albo przeciwprostokątna i przyprostokątna. Pary podnoszą kartonik „dodaję”	• Decydują i liczą, uzasadniają wybór.

Cele w języku ucznia

- Umiem narysować rysunek pomocniczy z kątem prostym.
- Umiem obliczyć długość odcinka w układzie współrzędnych.
- Odpowiadam pełnym zdaniem z jednostką.

Wymagania z podstawy programowej

- **VIII.7** – zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego)
- **X.5** – oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych
- **XIV.2** – wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania
- **XIV.5** – do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody

Źródło: podstawa programowa z 2017 r. w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996) – obowiązuje w klasach 5–8 w roku szkolnym 2026/2027 i na egzaminie ósmoklasisty w latach 2027–2030.

Kryteria sukcesu

- Rysuję sytuację z zadania i zaznaczam kąt prosty.
- Odczytuję różnicę współrzędnych jako przyprostokątne.
- Sprawdzam, czy wynik jest sensowny.

Przebieg lekcji

Czas	Faza	Co robi nauczyciel	Co robią uczniowie
0–5 min	Gdzie w życiu są trójkąty prostokątne?	• Pyta: „Gdzie w szkole lub w domu widać kąt prosty?” – ściana i podłoga, rogi boiska, ekran telewizora. • Zapisuje temat i pytanie kluczowe: „Jak twierdzenie Pitagorasa pomaga obliczać odległości?”.	• Podają przykłady.
5–15 min	Drabina i ekran	• Zadanie: drabina ma 3,4 m, jej dół stoi 1,6 m od ściany. Na jakiej wysokości opiera się o ścianę? • Rysuje: ściana, podłoga, drabina – przeciwprostokątna. $h^2 = 3{,}4^2 - 1{,}6^2 = 11{,}56 - 2{,}56 = 9$, $h = 3$ m. • Pyta: „Czy wynik ma sens?” – 3 m < 3,4 m, tak. • Zadanie: ekran telewizora ma wymiary 48 cm × 36 cm. Przekątna: 2304 + 1296 = 3600, d = 60 cm.	• Rysują sytuację, liczą w zeszytach. • Sprawdzają sensowność wyniku.

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Twierdzenie Pitagorasa – cykl 5 lekcji: scenariusze, karty pracy, sprawdzian, powtórka, klasa 7

Podgląd pokazał 11 z 35 stron. Pełna wersja: 35 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- plan cyklu i wskazówki dla nauczyciela: co przygotować, jak przeprowadzić lekcje i jak oceniać
- Lekcja 1 (45 min): Odkrywamy twierdzenie Pitagorasa – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie z przykładami) i karta
- Lekcja 2 (45 min): Obliczamy przeciwprostokątną – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie z przykładami) i karta prac
- Lekcja 3 (45 min): Obliczamy przyprostokątną – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie z przykładami) i karta pracy
- Lekcja 4 (45 min): Twierdzenie Pitagorasa w figurach – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie z przykładami) i karta
- Lekcja 5 (45 min): Twierdzenie Pitagorasa w praktyce – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie z przykładami) i karta
- sprawdzian w dwóch grupach (A i B, po 11 pkt) oraz klucz odpowiedzi i zasady oceniania do wszystkich kart.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/cykl-lekcji-matematyka-twierdzenie-pitagorasa-klasa-7