PIERWSZA ŁAWKA · KURS INFORMATYKA · INFORMATYKA · MATURA PR · ROZSZERZONY

Systemy liczbowe i reprezentacja danych

Pozycyjne systemy liczbowe i schemat Hornera, konwersje, działania w systemach innych niż dziesiętny, liczby ujemne w kodzie U2 i przepełnienie, operacje bitowe, liczby rzeczywiste i błędy zaokrągleń, kodowanie znaków. Sześć kart pracy zgodnych z podstawą 2024 i maturą 2027 – z zadaniem przy komputerze na plikach danych (archiwum ZIP), kluczem, zasadami oceniania i numerami wymagań.

Karta	Temat	Zadania
1	**Systemy liczbowe i reprezentacja danych – Teoria krok po kroku** Wszystko, co trzeba wiedzieć, z przykładami	2 zad. 8 pkt
2	**Systemy liczbowe i reprezentacja danych – Rozgrzewka** Proste zastosowania – sprawdź, czy rozumiesz	4 zad. 11 pkt
3	**Systemy liczbowe i reprezentacja danych – Zadania maturalne, część 1** Analiza algorytmów, tabele i zapis algorytmu – jak w arkuszu	5 zad. 17 pkt
4	**Systemy liczbowe i reprezentacja danych – Zadania maturalne, część 2** Trudniejsze zadania i uzasadnienia	4 zad. 15 pkt
5	**Systemy liczbowe i reprezentacja danych – Zadanie z danymi – jak na egzaminie** Praca z plikami danych przy komputerze – wyniki w pliku wyniki1.txt	1 zad. 10 pkt
6	**Systemy liczbowe i reprezentacja danych – Sprawdź się** 30 minut · 16 pkt	5 zad. 16 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 – teoria z przykładami. Karty 2–4 – zadania w formie maturalnej: analiza algorytmów, tabele, zapis algorytmu ze specyfikacją (Dane, Wynik) i ograniczeniami z uwagi pod treścią.
- Karta 5 – zadanie przy komputerze: w archiwum ZIP pełne dane i pliki *_przyklad.txt z odpowiedziami kontrolnymi; wyniki w pliku wyniki1.txt z numerami zadań, kod w osobnych plikach. Karta 6 – zestaw kontrolny na czas.
- Ramki „Uwaga na maturze” – błędy, przez które zdający najczęściej tracą punkty (sprawozdania CKE 2023–2026).
- Klucz: rozwiązania wzorcowe (Python; C++ i Java są równoprawne), zasady oceniania i wymagania podstawy (Dz.U. 2024 poz. 1019): I.n, II.n, I+II.n – zakres rozszerzony, P.… – podstawowy. Wyniki dla plików danych policzono programem.

Materiał oryginalny zgodny z podstawą programową informatyki w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019) i z formułą egzaminu maturalnego z informatyki w 2027 r. Nie zawiera zadań z arkuszy CKE. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Systemy liczbowe i reprezentacja danych – Teoria krok po kroku

Wszystko, co trzeba wiedzieć, z przykładami

Imię i nazwisko: Data: Wynik: ..... / 8 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **System pozycyjny o podstawie p** ma cyfry 0…p−1 (dla p > 10 kolejne cyfry to A = 10, B = 11, …, F = 15). Cyfra na pozycji k (liczonej od 0 od prawej) ma wagę p^k.
- **Z systemu p na dziesiętny – schemat Hornera**: w ← 0, a potem dla każdej cyfry c od lewej: w ← w · p + c. Przykład: $1A7_{16}$: w = 1, w = 1·16 + 10 = 26, w = 26·16 + 7 = 423. Tylko jedno mnożenie na cyfrę.
- **Z dziesiętnego na system p**: dzielimy liczbę przez p, zapisujemy reszty (n mod p), a iloraz (n div p) dzielimy dalej aż do 0. Reszty czytamy *od ostatniej do pierwszej*. Ta sama pętla bez zapisywania reszt liczy **cyfry** liczby.
- **2 ↔ 8 ↔ 16**: $8 = 2^3$ i $16 = 2^4$, więc bity grupujemy od prawej po 3 (ósemkowy) albo po 4 (szesnastkowy). $1101\ 0110_2 = D6_{16}$, $1\,010\,110_2 = 126_8$.
- **Liczba cyfr i logarytm**: liczba $n \geq 1$ ma w systemie p dokładnie $\lfloor \log_p n \rfloor + 1$ cyfr. Na k bitach zapiszemy 2^k wartości ($0…2^k − 1$), więc do zapisania m różnych wartości potrzeba $\lceil \log_2 m \rceil$ bitów.
- **Działania pisemne w systemie p** wykonujemy jak w dziesiętnym: przy dodawaniu przeniesienie powstaje, gdy suma cyfr osiągnie p (zapisujemy sumę − p, przenosimy 1); przy odejmowaniu pożyczka ma wartość p. Dopisanie zera na końcu zapisu mnoży liczbę przez p (w dwójkowym: przesunięcie bitowe w lewo).
- **Kod uzupełnień do dwóch (U2)**: najstarszy z n bitów ma wagę $−2^{n−1}$. Zakres: od $−2^{n−1}$ do $2^{n−1} − 1$ (na 8 bitach: −128…127). Liczba przeciwna: odwróć wszystkie bity i dodaj 1. Dodawanie wykonuje się zwykłym dodawaniem dwójkowym; **przepełnienie** następuje, gdy suma dwóch liczb tego samego znaku ma znak przeciwny.
- **Operacje logiczne i bitowe**: 0 to fałsz, 1 to prawda. AND (&), OR (|), XOR (^) działają na każdej parze bitów, NOT odwraca bity. x & 1 to ostatni bit (parzystość), x >> 1 to x div 2, x << 1 to 2x.
- **Liczby rzeczywiste**: zapis stałoprzecinkowy ma ustaloną liczbę bitów po przecinku; zmiennoprzecinkowy – znak, mantysę i wykładnik (cechę). $0{,}101_2 = ½ + ⅛ = 0{,}625$, ale 0,1 ma w dwójkowym rozwinięcie nieskończone (0,000110011…), więc jest zapamiętane z **błędem zaokrąglenia**; w obliczeniach iteracyjnych dochodzi **błąd przybliżenia** metody. Liczby rzeczywiste porównujemy z tolerancją: $|a − b| < \varepsilon$.
- **Znaki**: ASCII to 7-bitowe kody 0–127 ('0' = 48, 'A' = 65, 'a' = 97; cyfra c ma wartość kod(c) − 48). UTF-8 koduje znak na 1–4 bajtach: litery ASCII na 1, polskie litery na 2 – liczba bajtów ≠ liczba znaków.

10	2	8	16	U2, 8 bitów
10	1010	12	A	00001010
127	1111111	177	7F	01111111
255	11111111	377	FF	poza zakresem
−1	–	–	–	11111111
−128	–	–	–	10000000

- **Jak zapisać algorytm, żeby dostać punkty**: pseudokod albo wybrany język (Python, C++, Java) – oba zapisy są równoprawne. Trzymaj się nazw ze *Specyfikacji* (Dane/Wynik), na końcu jawnie ustal wynik (zwróć go albo wypisz), przestrzegaj ograniczeń z *Uwagi* pod treścią i sprawdź algorytm „na sucho" na przykładzie z treści oraz na przypadku brzegowym (np. n = 1, liczba 0).

Podgląd • Pierwsza Ławka

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. Zamień 45 na system dwójkowy.

45 div 2 = 22 r. 1 · 22 div 2 = 11 r. 0 · 11 div 2 = 5 r. 1 · 5 div 2 = 2 r. 1 · 2 div 2 = 1 r. 0 · 1 div 2 = 0 r. 1. Reszty od ostatniej: 101101_2. Sprawdzenie: 32 + 8 + 4 + 1 = 45.

Przykład 2. Zamień $1A7_{16}$ na dziesiętny schematem Hornera.

w = 1 → w = 1·16 + 10 = 26 → w = 26·16 + 7 = 423. Dwa mnożenia zamiast liczenia potęg 16.

Przykład 3. Zapisz −5 w kodzie U2 na 8 bitach.

5 = 00000101 → odwracamy bity: 11111010 → dodajemy 1: 11111011. Sprawdzenie: −128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1 = −5.

Przykład 4. Dodaj $243_5 + 132_5$ w systemie piątkowym.

$3 + 2 = 5 = 10_5$ → piszemy 0, przeniesienie 1; $4 + 3 + 1 = 8 = 13_5$ → piszemy 3, przeniesienie 1; 2 + 1 + 1 = 4. Wynik 430_5. Kontrola: 73 + 42 = 115 = 4·25 + 3·5 + 0.

ZADANIA

Zadanie 1. Zamień liczby na system dwójkowy. ___ / 4 pkt

1. 19 = _____$_2$
2. 40 = _____$_2$
3. 63 = _____$_2$
4. 100 = _____$_2$

Zadanie 2. Zamień liczby zapisane w systemie dwójkowym na dziesiętny. ___ / 4 pkt

1. 1101_2 = _____
2. 100000_2 = _____
3. 111011_2 = _____
4. 10101010_2 = _____

PIERWSZA ŁAWKA

Systemy liczbowe i reprezentacja danych – Zadania maturalne, część 2

Trudniejsze zadania i uzasadnienia

KARTA 4/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 15 pkt

Zadanie 1. Zapisz w pseudokodzie lub w wybranym języku programowania algorytm, który sprawdzi, czy zapis liczby n w systemie o podstawie p jest palindromem (czyta się tak samo od lewej do prawej i od prawej do lewej). ___ / 4 pkt

Przykład: dla n = 10 i p = 3 wynik to TAK ($10 = 101_3$), dla n = 10 i p = 2 wynik to NIE ($10 = 1010_2$).

Uwaga: Twój algorytm może używać tylko zmiennych przechowujących pojedyncze liczby całkowite, operacji arytmetycznych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie całkowite div i reszta z dzielenia mod), porównań, operatorów logicznych, instrukcji warunkowych, pętli i przypisań oraz samodzielnie napisanych funkcji. Nie wolno używać funkcji wbudowanych, tablic ani list, ani zamieniać liczby na napis (i odwrotnie).

Specyfikacja

Dane: n – liczba całkowita dodatnia, p – liczba całkowita, $2 \le p \le 10$

Wynik: TAK, gdy zapis n w systemie p jest palindromem, NIE – w przeciwnym razie

UWAGA NA MATURZE Sprawozdanie CKE 2025: zdający często pomijali warunki z uwagi pod treścią. Rozwiązanie w stylu str(n)[::-1] albo z listą cyfr jest tu warte 0 pkt, nawet jeśli działa. Pisząc najpierw na komputerze, używaj tylko dozwolonych operacji.

Podgląd • Pierwsza Ławka

Systemy liczbowe i reprezentacja danych – Zadanie z danymi – jak na egzaminie

Praca z plikami danych przy komputerze – wyniki w pliku wyniki1.txt

KARTA 5/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

Zadanie 1. W pliku systemy.txt jest 800 wierszy. W każdym wierszu zapisano liczbę całkowitą dodatnią w systemie o podstawie p oraz – po spacji – tę podstawę (2 ≤ p ≤ 16; cyfry większe od 9 to wielkie litery A–F). Każda liczba jest mniejsza od 1 100 000. Napisz program (lub kilka programów), który da odpowiedzi do poniższych zadań. Odpowiedzi zapisz w pliku wyniki1.txt, poprzedzając każdą numerem zadania. ___ / 10 pkt

Pierwsze wiersze pliku systemy.txt

```
1247D8 15
175792 14
121003011 5
1257127 9
14412A 14
…
```

Do dyspozycji masz także **systemy_przyklad.txt** (20 wierszy) – odpowiedzi dla nich podano w treściach zadań. Twój program musi ostatecznie działać na pełnych danych (**systemy.txt**).

Do oceny oddajesz: plik **wyniki1.txt** z odpowiedziami do zadań 1.1–1.4 (każda poprzedzona numerem zadania) oraz pliki z kodem źródłowym, np. **zad1_1.py**, **zad1_2.py**… (lub .cpp, .java). Brak plików z kodem oznacza brak rozwiązania.

Dane przygotowane na potrzeby kursu (archiwum ZIP dołączone do opracowania, katalog DANE)

UWAGA NA MATURZE Sprawozdania CKE 2023–2026: plik wyniki1.txt bez plików z kodem = 0 pkt, nawet gdy odpowiedzi są dobre. Najpierw uruchom program na pliku przykładowym i porównaj wyniki z podanymi w treści.

1.1. Podaj, ile liczb zapisanych w pliku jest parzystych. Odpowiedź dla danych przykładowych: 9 ___ / 2 pkt

UWAGA NA MATURZE Parzystość rozpoznasz po ostatniej cyfrze tylko w systemach o parzystej podstawie. W trójkowym $11_3 = 4$ jest parzyste, choć kończy się cyfrą 1, a $12_3 = 5$ jest nieparzyste, choć kończy się cyfrą 2. Najpierw zamień liczbę na dziesiętną.

1.2. Podaj największą liczbę z pliku (w zapisie dziesiętnym) oraz numer wiersza, w którym została zapisana. Jest jedna taka liczba. Odpowiedź dla danych przykładowych: 5078 19 ___ / 3 pkt

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Systemy liczbowe i reprezentacja danych – opracowanie maturalne z informatyki (6 kart pracy z kluczem)

Podgląd pokazał 5 z 16 stron. Pełna wersja: 16 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Teoria krok po kroku – 2 zadania, 8 pkt
- Karta 2: Rozgrzewka – 4 zadania, 11 pkt
- Karta 3: Zadania maturalne, część 1 – 5 zadań, 17 pkt
- Karta 4: Zadania maturalne, część 2 – 4 zadania, 15 pkt
- Karta 5: Zadanie z danymi – jak na egzaminie – 1 zadanie, 10 pkt
- Karta 6: Sprawdź się – 5 zadań, 16 pkt Razem 16 stron A4 w PDF do druku oraz ten sam materiał w DOCX do edycji w Wordzie, a do tego archiwum ZIP z plikami danych do zadania z karty

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matura-informatyka-systemy-liczbowe-i-reprezentacja-danych-opracowanie