PIERWSZA ŁAWKA · NAJCZĘSTSZE ZADANIA MATURALNE · PR · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM ROZSZERZONY

I. Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli)

Zliczanie z wyborem miejsc (permutacje, wariacje, kombinacje), model klasyczny z permutacjami, prawdopodobieństwo warunkowe, drzewo i twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym, wzór Bayesa, schemat Bernoullego z wynikiem dokładnym i w zaokrągleniu – zadanie za 3 punkty obecne w każdym arkuszu rozszerzonym. Sześć kart: wzorcowe rozwiązania i zasady oceniania CKE, trening, zadania na poziomie matury, zadania trudniejsze i test w grupach A i B – z kluczem i schematami punktowania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE** Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka	4 zad. 10 pkt
2	**Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – trening** Zadania krok po kroku	7 zad. 17 pkt
3	**Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – zadania na poziomie matury** Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026	6 zad. 18 pkt
4	**Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – zadania trudniejsze** Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu	5 zad. 16 pkt
5	**Test: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – grupa A** 50 minut · 19 pkt	6 zad. 19 pkt
6	**Test: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – grupa B** 50 minut · 19 pkt	6 zad. 19 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe, typowe uwagi w zasadach oceniania) oraz wzorcowe rozwiązania krok po kroku.
- Karty 2–4 prowadzą od treningu, przez zadania na poziomie matury, do zadań trudniejszych.
- Karty 5 i 6 to równoległy test (grupa A i B) z punktacją jak na maturze.
- Klucz zawiera odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania w stylu CKE 2026.
- Osobny plik „Powtórka" zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy z sprawozdań CKE i test „Sprawdź się".

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: XI.R1–XI.R2, XII.1, XII.R1–XII.R2 (w tle XI.1–XI.2); cele ogólne III.2, IV.1, IV.4. Częstość na maturze: prawdopodobieństwo – w 4 z 4 arkuszy majowych 2023–2026 (4 pozycje, 12 pkt: Bernoulli 2023 i 2024, warunkowe 2025, permutacje 2026) i w 3 z 3 diagnostycznych/pokazowych (w tym wzór Bayesa w XII 2024); kombinatoryka „czysta" – 2024 (3 pkt, 18%). Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE

Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka

KARTA 1/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Gdzie w arkuszu i ile to warte.** Na maturze rozszerzonej co roku jest jedno zadanie z prawdopodobieństwa albo kombinatoryki za 3 punkty, zwykle na pozycji 2–4: 2023 i 2024 – schemat Bernoullego (poziom wykonania 67% i 47%), 2024 – „czysta" kombinatoryka (18%), 2025 – prawdopodobieństwo warunkowe (14% – najsłabszy wynik w arkuszu), 2026 – model klasyczny z permutacjami (37%). W teście diagnostycznym z grudnia 2024 r. był wzór Bayesa – wymaganie XII.R1 jest w podstawie od 2024 r. i jest kandydatem na 2027 r.
- **Jak CKE punktuje zadanie za 3 punkty.** 1 pkt – istotny postęp: $|B|$ albo $|A \cap B|$ (warunkowe), $|\Omega|$ albo $|A|$ (model klasyczny), p i q z określeniem sukcesu (Bernoulli), zapis prawdopodobieństw z treści na drzewie (Bayes). 2 pkt – obie liczebności albo poprawne wyrażenie, np. suma składników wzoru Bernoullego. 3 pkt – poprawny wynik w formie, której żąda polecenie. Uwagi w zasadach: w prawdopodobieństwie warunkowym samo $|\Omega|$ nie daje punktu; poprawne składniki bez ich dodania – co najwyżej 1 pkt; same liczby bez objaśnienia, co oznaczają – 0 pkt; liczby innego rodzaju niż w treści (np. nie pięciocyfrowe) – 0 pkt.

Sygnał w treści	Model	Liczba sposobów / wzór
ustawiamy wszystkie elementy w ciąg (kolejka, półka, permutacja liczb)	permutacje	$n!$
wybieramy k elementów, kolejność ma znaczenie (funkcje, kod bez powtórzeń)	wariacje bez powtórzeń	$\frac{n!}{(n-k)!}$
wybieramy zbiór k elementów (losowanie jednoczesne, delegacja)	kombinacje	$\binom{n}{k}$
„pod warunkiem że…", „jeżeli wiadomo, że…"	prawdopodobieństwo warunkowe	$P(A\|B) = \frac{\|A \cap B\|}{\|B\|}$
doświadczenie dwuetapowe; grupy o różnych procentach	drzewo, prawdopodobieństwo całkowite, Bayes	ścieżki: mnożymy, sumujemy
n niezależnych powtórzeń tej samej próby, stałe p	schemat Bernoullego	$\binom{n}{k}p^k q^{n-k}$

- **Wybór miejsc i „błąd multiplikacji”.** Gdy na n miejscach mają stać k jednakowe cyfry, miejsca dla nich wybieramy na $\binom{n}{k}$ sposobów, a nie $n(n-1)\cdot\ldots$ – jednakowych cyfr nie da się „zamienić miejscami”. Kolejność etapów: najpierw cyfra 0 (nie może stać na początku), potem jednakowe cyfry, na końcu pozostałe miejsca z reguły mnożenia. Każdy czynnik opisz słowami. Sprawdź realność wyniku – liczb pięciocyfrowych jest tylko 90 000 (w 2024 r. zdarzały się wyniki większe).
- **Prawdopodobieństwo warunkowe.** Dla $P(B)>0$: $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$, a w modelu klasycznym $P(A|B)=\frac{|A\cap B|}{|B|}$. Kolejność pracy: 1) nazwij zdarzenie B – to, co „wiadomo”; 2) policz $|B|$; 3) policz $|A\cap B|$ tylko wśród wyników z B; 4) podziel. Często łatwiej policzyć dopełnienie wewnątrz B (np. „iloczyn parzysty” = wszystkie z B minus te z samymi nieparzystymi).
- **Drzewo, prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa.** Na gałęziach wpisz prawdopodobieństwa z treści (procenty zamień na ułamki). Wzdłuż ścieżki **mnożymy**, ścieżki kończące się zdarzeniem A **dodajemy**:
  $P(A)=P(A|B_1)\cdot P(B_1)+\ldots+P(A|B_n)\cdot P(B_n)$. Wzór Bayesa „odwraca” warunek:
  $P(B_i|A)=\frac{P(A|B_i)\cdot P(B_i)}{P(A)}$ – ścieżka przez B_i do A podzielona przez sumę wszystkich ścieżek do A. Pytanie „jeżeli wiadomo, że…” po opisie grup to prawie zawsze Bayes.
- **Schemat Bernoullego.** Warunki: n niezależnych prób, dwa wyniki, stałe prawdopodobieństwo sukcesu p. Wtedy $P_n(k)=\binom{n}{k}p^k q^{n-k}$, $q=1-p$. „Co najmniej k” – dodaj składniki dla k, $k+1$, …, n albo odejmij od 1 zdarzenie przeciwne; „co najmniej jeden” – $1-q^n$. Losowanie bez zwracania nie jest schematem Bernoullego (próby są zależne); losowanie ze zwracaniem – jest.
- **Zapis wyniku.** Podaj wynik dokładnie w formie z polecenia: „ułamek zwykły nieskracalny” albo „ułamek dziesiętny w zaokrągleniu do części setnych/tysięcznych”. Pisz $|\Omega|=120$, a nie „$\Omega=120$”. Skracając licznik i mianownik o wspólny czynnik, napisz, co skracasz. Sprawdź, czy $0\le P\le 1$.
- W „Wybranych wzorach matematycznych” CKE są: silnia, symbol Newtona, permutacje, wariacje, kombinacje, prawdopodobieństwo warunkowe, twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym, wzór Bayesa i schemat Bernoullego. Karta nie mówi, **kiedy** który wzór stosować – to jest treść tego zestawu.

PIERWSZA ŁAWKA

Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – trening

Zadania krok po kroku

KARTA 2/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 17 pkt

Zadanie 1. Oblicz, ile jest liczb naturalnych sześciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują dokładnie dwie cyfry 2 i dokładnie jedna cyfra 9, a każda z pozostałych cyfr jest jedną z cyfr 1, 3, 5, 7. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 2. Na półce ustawiamy w przypadkowej kolejności 8 różnych książek, wśród których są trzy tomy jednej powieści. Oblicz prawdopodobieństwo, że wszystkie trzy tomy stoją obok siebie (w dowolnej kolejności). Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 3. W tabeli przedstawiono wyniki egzaminu na prawo jazdy kursantów dwóch szkół jazdy.

	zdał za pierwszym razem	zdał za kolejnym razem
szkoła A	36	24
szkoła B	27	33

Losujemy jednego z tych kursantów. Oblicz prawdopodobieństwo, że kursant uczył się w szkole A, jeżeli wiadomo, że zdał egzamin za pierwszym razem. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 4. Ze zbioru liczb { 1, 2, 3, …, 30 } losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana liczba jest podzielna przez 4, jeżeli wiadomo, że jest podzielna przez 6. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Zadanie 5. W pudełku są trzy monety: dwie symetryczne i jedna, która ma orła po obu stronach. Losujemy jedną monetę i rzucamy nią dwa razy. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania dwóch orłów. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 6. Rzucamy pięć razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że dokładnie dwa razy wypadnie liczba oczek podzielna przez 3. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Zadanie 7. Zdarzenia B_1 i B_2 wykluczają się i $B_1 \cup B_2 = \Omega$. Wiadomo, że $P(B_1) = 0{,}4$, $P(A|B_1) = 0{,}5$ oraz $P(A|B_2) = 0{,}25$. Oblicz $P(A)$ oraz $P(B_1|A)$. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – zadania na poziomie matury

Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026

KARTA 3/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 18 pkt

Zadanie 1. Oblicz, ile jest liczb naturalnych siedmiocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują dokładnie trzy cyfry 4, a pozostałe cztery cyfry są różnymi cyframi nieparzystymi. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 2. Siedem osób, wśród nich Ada i Borys, ustawia się w przypadkowej kolejności w kolejce do kasy. Oblicz prawdopodobieństwo, że między Adą a Borysem stoją dokładnie dwie osoby. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 3. Rzucamy trzy razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że iloczyn otrzymanych liczb oczek jest parzysty, pod warunkiem że suma otrzymanych liczb oczek jest równa 9. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 4. Hurtownia kupuje jabłka od trzech sadowników: 50% dostaw pochodzi od sadownika A, 30% – od sadownika B, a 20% – od sadownika C. Uszkodzonych jest 2% jabłek z sadu A, 5% z sadu B i 10% z sadu C. Wybieramy losowo jedno jabłko z hurtowni. Oblicz prawdopodobieństwo, że jabłko pochodzi z sadu C, jeżeli wiadomo, że jest uszkodzone. Wynik zapisz w postaci ułamka dziesiętnego w zaokrągleniu do części setnych. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 5. W korytarzu szkoły jest 8 lamp. Każda z nich przepala się w ciągu roku z prawdopodobieństwem 0,1, niezależnie od pozostałych. Oblicz prawdopodobieństwo, że w ciągu roku przepalą się co najmniej dwie lampy. Wynik zapisz w postaci ułamka dziesiętnego w zaokrągleniu do części tysięcznych. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 6. Z talii 52 kart losujemy jedną kartę, zapisujemy jej kolor i zwracamy ją do talii. Czynność powtarzamy pięć razy. Oblicz prawdopodobieństwo, że trefl wylosujemy dokładnie trzy razy. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – zadania trudniejsze

Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu

KARTA 4/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 16 pkt

Zadanie 1. W szufladzie leżą cztery monety: trzy symetryczne i jedna fałszywa, z orłem po obu stronach. Wyjmujemy losowo jedną monetę i rzucamy nią trzy razy. Za każdym razem wypadł orzeł. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowano monetę z dwoma orłami. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 2. Rzucamy n razy symetryczną monetą. Wyznacz najmniejszą liczbę naturalną n, dla której prawdopodobieństwo otrzymania co najmniej jednego orła jest nie mniejsze niż 0,999. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 3. Zdarzenia losowe A i B zawarte w Ω spełniają warunki $P(A) > 0$ i $P(B) > 0$. Wykaż, że jeżeli $P(A|B) > P(A)$, to $P(B|A) > P(B)$. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Test: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – grupa A

50 minut · 19 pkt

KARTA 5/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 19 pkt

Zadanie 1. Oblicz, ile jest liczb naturalnych sześciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują dokładnie dwie cyfry 3, a pozostałe cztery cyfry są różnymi cyframi nieparzystymi. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 2. Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że iloczyn otrzymanych liczb oczek jest parzysty, pod warunkiem że suma otrzymanych liczb oczek jest większa od 7. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 3. W sklepie internetowym 40% zamówień składa się przez aplikację, a 60% – przez stronę internetową. Reklamację zgłasza 3% klientów zamawiających przez aplikację i 1% klientów zamawiających przez stronę. Wybieramy losowo jedno zamówienie, do którego zgłoszono reklamację. Oblicz prawdopodobieństwo, że złożono je przez aplikację. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom rozszerzony) – najczęstsze zadania: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli)

Podgląd pokazał 10 z 31 stron. Pełna wersja: 31 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE – 4 zadania, 10 pkt
- Karta 2: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – trening – 7 zadań, 17 pkt
- Karta 3: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – zadania na poziomie matury – 6 zadań, 18 pkt
- Karta 4: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – zadania trudniejsze – 5 zadań, 16 pkt
- Karta 5: Test: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – grupa A – 6 zadań, 19 pkt
- Karta 6: Test: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (warunkowe, Bayes, Bernoulli) – grupa B – 6 zadań, 19 pkt Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe i uwagi

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-rozszerzona-najczestsze-zadania-i-kombinatoryka-i-prawdop