Sprawdzian: Wzory Viète'a, równania kwadratowe z parametrem, równania dwukwadratowe (zakres rozszerzony) – grupa A

45 minut · 21 pkt

KARTA 8/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 21 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Równanie $x^2 + 3x - 10 = 0$ ma dwa pierwiastki. Suma kwadratów tych pierwiastków jest równa

___ / 1 pkt

A. -11 **B.** 9 **C.** 19 **D.** 29

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba wszystkich rozwiązań rzeczywistych równania $x^4 + x^2 - 12 = 0$ jest równa

___ / 1 pkt

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 4

Zadanie 3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. Pierwiastki równania $2x^2 + 5x - 4 = 0$ są liczbami różnych znaków.	**P**	**F**
2. Równanie $x^2 - 4x + 5 = 0$ ma dwa pierwiastki, których suma jest równa 4.	**P**	**F**

Zadanie 4. Równanie $x^2 - 3x - 5 = 0$ ma dwa pierwiastki x_1, x_2. Oblicz $x_1^3 + x_2^3$. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Zadanie 5. Rozwiąż równanie $(x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24 = 0$. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 1: dzielenie wielomianów, twierdzenie Bézouta, pierwiastki całkowite – grupa A

15 minut · 8 pkt

KARTA 4/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

Zadanie 1. Oblicz resztę z dzielenia wielomianu $W(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 1$ przez dwumian. ___ / 2 pkt

1. $x - 1$: _____ 2. $x + 2$: _____

Zadanie 2. Pierwiastkiem całkowitym wielomianu $W(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ jest liczba ___ / 1 pkt

A. 3 **B.** 2 **C.** 6 **D.** −1

Zadanie 3. Podziel wielomian $W(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ przez dwumian $x - 2$ i rozłóż W na czynniki liniowe. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Wyznacz liczbę a, dla której wielomian $W(x) = x^3 + ax^2 - 4x + 8$ jest podzielny przez dwumian $x + 2$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 1: twierdzenie sinusów i rozwiązywanie trójkątów – grupa A

15 minut · 9 pkt

KARTA 4/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

Zadanie 1. Uzupełnij (*R* – promień okręgu opisanego na trójkącie, bok *a* leży naprzeciw kąta α itd.). ___ / 2 pkt

1. $a = 12$, $\alpha = 45°$: $R =$ _____ 2. $R = 7$, $\beta = 150°$: $b =$ _____

Zadanie 2. W trójkącie o bokach 4, 5 i 6 cosinus kąta leżącego naprzeciw boku długości 6 jest równy ___ / 1 pkt

A. $-\frac{1}{8}$ **B.** $\frac{9}{16}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{1}{8}$

Zadanie 3. W trójkącie *ABC*: $|BC| = 6$, kąt *BAC* ma miarę 60°, kąt *ABC* ma miarę 45°. Oblicz $|AC|$ oraz promień okręgu opisanego na trójkącie. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Trójkąt ma boki 7, 8 i 13. Oblicz miarę największego kąta tego trójkąta oraz jego pole. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Przykład 4. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których oba pierwiastki równania $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ są różne i większe od 1.

$f(x) = x^2 - 2mx + m + 2$, ramiona paraboli w górę, $x_w = m$. Warunki: 1° $\Delta > 0$, 2° $f(1) > 0$, 3° $x_w > 1$.

1° $\Delta = 4m^2 - 4(m + 2) = 4(m - 2)(m + 1) > 0 \Leftrightarrow m < -1$ lub $m > 2$.

2° $f(1) = 1 - 2m + m + 2 = 3 - m > 0 \Leftrightarrow m < 3$. 3° $m > 1$.

Część wspólna: $m \in (2, 3)$. Bez warunku 3° do odpowiedzi „weszłyby" liczby $m < -1$, dla których oba pierwiastki są mniejsze od 1.

Przykład 5. Rozwiąż równanie $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$.

Podstawiamy $t = x^2$, $t \geq 0$: $t^2 - 5t - 36 = 0$, $\Delta = 25 + 144 = 169$, $t = \frac{5 - 13}{2} = -4$ lub $t = \frac{5 + 13}{2} = 9$.

$t = -4 < 0$ odrzucamy. $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = -3$ lub $x = 3$. Odpowiedź: $x \in \{ -3, 3 \}$.

ZADANIA

Zadanie 1. Oba równania mają po dwa pierwiastki. Uzupełnij, korzystając ze wzorów Viète'a.

___ / 4 pkt

1. $2x^2 - 6x - 5 = 0$: $x_1 + x_2 =$ _____

2. $2x^2 - 6x - 5 = 0$: $x_1x_2 =$ _____

3. $x^2 + 4x - 1 = 0$: $x_1 + x_2 =$ _____

4. $x^2 + 4x - 1 = 0$: $x_1x_2 =$ _____

Zadanie 2. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

___ / 3 pkt

1. Równanie $x^2 - 4x + 6 = 0$ ma dwa pierwiastki, których suma jest równa 4.	**P**	**F**
2. Pierwiastki równania $3x^2 + 2x - 8 = 0$ są liczbami różnych znaków.	**P**	**F**
3. Jeżeli $x_1 + x_2 = 3$ i $x_1x_2 = 1$, to $x_1^2 + x_2^2 = 7$.	**P**	**F**

Zadanie 3. Liczba wszystkich rozwiązań rzeczywistych równania $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ jest równa

___ / 1 pkt

A. 0 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 1

Zadanie 4. Równanie $x^2 - 8x + c = 0$ ma dwa różne pierwiastki dodatnie wtedy i tylko wtedy, gdy

___ / 1 pkt

A. $c \in (-\infty, 16)$ **B.** $c \in (0, +\infty)$

C. $c \in (0, 16)$ **D.** $c \in (0, 16)$

Podgląd • Pierwsza Ławka

Sprawdzian: Wielomiany i wyrażenia wymierne (zakres rozszerzony) – grupa A

45 minut · 23 pkt

KARTA 8/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 23 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 5$ przez dwumian $x + 2$ jest równa

___ / 1 pkt

A. -5 **B.** 3 **C.** -13 **D.** 5

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $27x^3 - 8$ jest równe

___ / 1 pkt

A. $(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$ **B.** $(3x - 2)(9x^2 + 4)$

C. $(3x - 2)(9x^2 - 6x + 4)$ **D.** $(3x - 2)^3$

Zadanie 3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. Liczba 3 jest pierwiastkiem wielomianu $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$.	**P**	**F**
2. Wielomian $x^3 + 5x + 7$ ma pierwiastek całkowity.	**P**	**F**

Zadanie 4. Podziel wielomian $W(x) = 3x^3 - 5x^2 + 4$ przez dwumian $x - 2$. Zapisz W w postaci $(x - a) \cdot Q(x) + r$. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Zadanie 5. Wielomian $W(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ jest podzielny przez dwumian $x - 2$, a przy dzieleniu przez dwumian $x + 1$ daje resztę -6. Oblicz a i b. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Sprawdzian: Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – grupa A

45 minut · 23 pkt

KARTA 8/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 23 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Promień okręgu opisanego na trójkącie, w którym bok długości 8 leży naprzeciw kąta 135°, jest równy ___ / 1 pkt

A. 4 **B.** 8 **C.** $4\sqrt{2}$ **D.** $8\sqrt{2}$

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Czworokąt *ABCD* jest wpisany w okrąg i kąt *BAD* ma miarę 64°. Kąt *BCD* ma miarę ___ / 1 pkt

A. 128° **B.** 116° **C.** 64° **D.** 32°

Zadanie 3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. W czworokąt wypukły o kolejnych bokach 6, 11, 9, 4 można wpisać okrąg.	**P**	**F**
2. Na czworokącie o kolejnych kątach 80°, 100°, 80°, 100° można opisać okrąg.	**P**	**F**

Zadanie 4. W trójkącie *ABC*: $|AB| = 9$, kąt *ACB* ma miarę 60°, kąt *BAC* ma miarę 45°. Oblicz $|BC|$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 5. W trójkącie *ABC*: $|BC| = 3\sqrt{2}$, $|AC| = 3\sqrt{3}$, kąt *BAC* ma miarę 45°. Oblicz miarę kąta *ABC*. Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Wzory Viète'a, równania z parametrem, równania dwukwadratowe (zakres rozszerzony) – powtórka

Zadanie z parametrem i wzorami Viète'a jest w każdym arkuszu matury rozszerzonej (5–6 punktów). CKE przyznaje punkty za każdy poprawnie zapisany i rozwiązany warunek.

Wzory Viète'a i wyrażenia symetryczne

- **Wzory Viète'a** (są w karcie wzorów CKE). Jeżeli równanie $ax^2 + bx + c = 0$, gdzie $a \neq 0$, ma pierwiastki x_1, x_2 (czyli $\Delta \geq 0$; dla $\Delta = 0$ przyjmujemy $x_1 = x_2$), to $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ oraz $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. Najpierw sprawdź, że pierwiastki istnieją: dla $\Delta < 0$ równanie nie ma pierwiastków i wzorów Viète'a nie stosujemy.

Wyrażenie symetryczne	Zapis przez $x_1 + x_2$ i $x_1 x_2$
$x_1^2 + x_2^2$	$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$
$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ (gdy $x_1 x_2 \neq 0$)	$\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$
$(x_1 - x_2)^2$	$(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = \frac{\Delta}{a^2}$
$x_1^3 + x_2^3$	$(x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2)$
$\lvert x_1 - x_2 \rvert$	$\frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a \rvert}$

- Przykład: dla $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ($\Delta = 17 > 0$): $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$, $x_1 x_2 = -\frac{1}{2}$, więc $x_1^2 + x_2^2 = \frac{9}{4} + 1 = \frac{13}{4}$.

Wielomiany i wyrażenia wymierne (zakres rozszerzony) – powtórka

Wielomiany i wyrażenia wymierne wracają na maturze rozszerzonej jako etapy innych zadań: nierówność trzeciego stopnia w zadaniu z parametrem, rozkład przy pochodnej, nierówność wymierna. Liczy się sprawny rozkład na czynniki i pilnowanie dziedziny.

Dzielenie przez $x - a$, schemat Hornera, twierdzenie Bézouta

- **Dzielenie przez dwumian $x - a$.** Dla każdego wielomianu W istnieją jednoznacznie wyznaczone: wielomian Q (iloraz, stopnia o 1 mniejszego) i liczba r (reszta), takie że $W(x) = (x - a) \cdot Q(x) + r$. **Schemat Hornera:** w pierwszym wierszu piszemy współczynniki W – także zera przy brakujących potęgach; pierwszy przepisujemy, każdy następny wynik to poprzedni wynik razy a plus współczynnik z góry. Ostatnia liczba to reszta, pozostałe – współczynniki ilorazu.

$W(x) = x^3 - 4x + 5$, $a = -2$	1	0	−4	5
wyniki	1	$1 \cdot (-2) + 0 = -2$	$(-2) \cdot (-2) - 4 = 0$	$0 \cdot (-2) + 5 = 5$
Zatem $x^3 - 4x + 5 = (x + 2)(x^2 - 2x) + 5$: iloraz $x^2 - 2x$, reszta 5.				

- **Twierdzenie Bézouta.** Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $x - a$ jest równa $W(a)$. Zatem W jest podzielny przez $x - a$ wtedy i tylko wtedy, gdy $W(a) = 0$ (liczba a jest pierwiastkiem W). Dzielenie przez $x + 2$ to dzielenie przez $x - (-2)$ – reszta to $W(-2)$. Twierdzenia Bézouta i schematu Hornera nie ma w karcie wzorów CKE.
- Przykład: reszta z dzielenia $W(x) = x^4 - 2x + 3$ przez $x - 2$ to $W(2) = 16 - 4 + 3 = 15$.

PIERWSZA ŁAWKA · POWTÓRKA · MATEMATYKA · KLASA 2 LO I TECHNIKUM · ZAKRES ROZSZERZONY · TWIERDZENIE SINUSÓW, ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, CZWOROKĄTY WPISANE I OPISANE (ZAKRES ROZSZERZONY)

Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – powtórka

Planimetria obliczeniowa (twierdzenie sinusów i cosinusów, czworokąty wpisane i opisane) jest w każdym arkuszu matury rozszerzonej – w 2026 r. jako zadanie za 6 punktów. Najważniejsze: dobrać twierdzenie do danych, pamiętać o drugim kącie o tym samym sinusie i o „ekierkach”.

Twierdzenie sinusów i promień okręgu opisanego

- **Twierdzenie sinusów** (jest w karcie wzorów CKE). W każdym trójkącie $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$, gdzie R – promień okręgu opisanego na trójkącie, a bok a leży naprzeciw kąta α (itd.). Wniosek: $a = 2R\sin\alpha$ – bok to „$2R$ razy sinus kąta leżącego naprzeciw”.
- **Kąty rozwarte.** $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$, np. $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$, $\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. W twierdzeniu cosinusów dla kąta rozwartego „minus razy minus” daje plus: $c^2 = a^2 + b^2 + ab$ dla $\gamma = 120^\circ$.
- Przykład: bok 12 leży naprzeciw kąta 60°. $2R = \frac{12}{\sin 60^\circ} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$, więc $R = 4\sqrt{3}$.

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matematyka, klasa 2 LO i technikum (zakres rozszerzony) – pakiet 3 zestawów: kartkówki, sprawdziany, karty pracy i powtórki

Podgląd pokazał 9 z 120 stron. Pełna wersja: 120 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką,…
- Wzory Viète'a, równania kwadratowe z parametrem, równania dwukwadratowe (zakres rozszerzony) – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką,…
- Wielomiany i wyrażenia wymierne (zakres rozszerzony) – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką, matematyka, klasa 2 LO i technikum (zakres…

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/matematyka-liceum-klasa-2-zakres-rozszerzony-pakiet