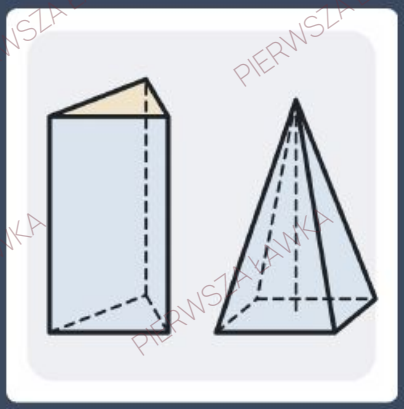
PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW KART PRACY · MATEMATYKA · KLASA 8

Dział 6. Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość

Graniastosłupy proste i prawidłowe, ostrosłupy i ostrosłupy prawidłowe, liczba krawędzi, wierzchołków i ścian, siatki, pole powierzchni i objętość, twierdzenie Pitagorasa w bryłach (wysokość ostrosłupa, wysokość ściany bocznej, krawędź boczna), jednostki objętości i pojemności, zadania z krawędzią zapisaną literą. Sześć kart pracy: teoria z przykładami, ćwiczenia, utrwalenie, zastosowanie i dwa równoległe sprawdziany – z pełnym kluczem odpowiedzi.



Karta	Temat	Zadania
1	**Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – najważniejsze wiadomości** Teoria w pigułce, przykłady i rozgrzewka	5 zad. 10 pkt
2	**Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – ćwiczenia podstawowe** Sprawdzam, czy rozumiem podstawy	5 zad. 8 pkt
3	**Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – utrwalenie** Zadania o wyższym poziomie trudności	5 zad. 10 pkt
4	**Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – w praktyce** Tekst, źródło, doświadczenie lub sytuacja z życia	5 zad. 9 pkt
5	**Sprawdzian: Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – grupa A** 40 minut · 11 pkt	6 zad. 11 pkt
6	**Sprawdzian: Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – grupa B** 40 minut · 11 pkt	6 zad. 11 pkt

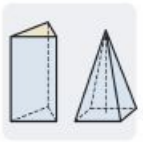
Jak korzystać z zestawu

- Karta 1 zawiera najważniejsze wiadomości i przykłady – od niej warto zacząć.
- Karty 2–4 to ćwiczenia podstawowe, utrwalenie oraz zastosowanie wiedzy w tekście, na źródle lub w sytuacji z życia.
- Karty 5 i 6 to równoległe sprawdziany (grupa A i grupa B) z tymi samymi typami zadań i tą samą punktacją – gotowe na lekcję.
- Każda karta mieści się na osobnych stronach i ma własną punktację – można ją wydrukować osobno jako pracę domową, kartkówkę lub zastępstwo.
- Klucz odpowiedzi do wszystkich kart znajduje się na końcu zestawu. Wersja DOCX pozwala dowolnie edytować zadania.

Materiał oryginalny. Podstawa programowa 2017 w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996). Wymagania: VII–VIII XI.1–XI.3, VIII.7, III.3; IV–VI X.1–X.5, XI.6–XI.7. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – najważniejsze wiadomości

Teoria w pigułce, przykłady i rozgrzewka

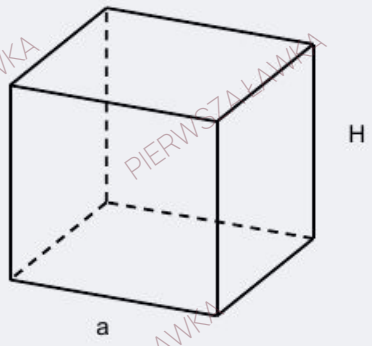


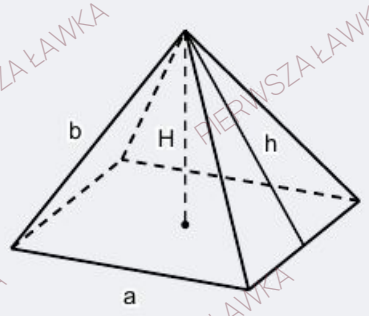
KARTA 1/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

Przypomnij sobie

- **Graniastosłup prosty** ma **dwie** przystające podstawy w równoległych płaszczyznach, a jego ściany boczne są prostokątami. Krawędź boczna jest wysokością H. **Graniastosłup prawidłowy** to graniastosłup prosty, którego podstawa jest wielokątem foremnym.



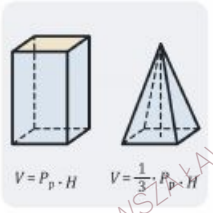


- **Ostrosłup** ma **jedną** podstawę, a ściany boczne są trójkątami o wspólnym wierzchołku. **Ostrosłup prawidłowy** ma w podstawie wielokąt foremny, a spodek jego wysokości jest środkiem podstawy; ściany boczne są wtedy przystającymi trójkątami równoramiennymi.

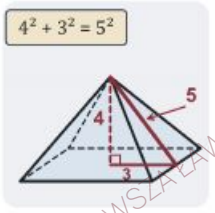
	graniastosłup (n-kąt w podstawie)	ostrosłup (n-kąt w podstawie)
objętość	$V = P_p \cdot H$	$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$
pole powierzchni całkowitej	$P_c = 2P_p + P_b$	$P_c = P_p + P_b$
krawędzie	$3n$	$2n$
wierzchołki	$2n$	$n + 1$
ściany	$n + 2$	$n + 1$

- **Trzy różne odcinki w ostrosłupie:** wysokość ostrosłupa H (z wierzchołka do podstawy, pod kątem prostym), wysokość ściany bocznej h i krawędź boczna b. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym o krawędzi podstawy a: $H^2 + (\frac{a}{2})^2 = h^2$ oraz $h^2 + (\frac{a}{2})^2 = b^2$.
- **Jednostki:** 1 dm^3 = 1 l, 1 cm^3 = 1 ml, 1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000 l. Pole podajemy w jednostkach kwadratowych (cm^2), objętość – w sześciennych (cm^3).
- **Zadanie na literach:** gdy krawędź ma długość a, licz na wyrażeniach, np. $V = a^2 \cdot 2a = 2a^3$. Wstawienie konkretnej liczby za a **nie** jest rozwiązaniem (na egzaminie – 0 pkt).

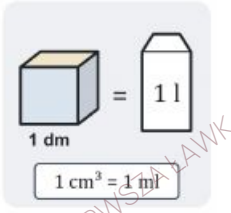
Graniastosłupy i ostrosłupy



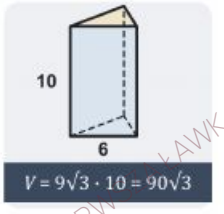
Graniastosłup: $V = P_p \cdot H$, ostrosłup: $V = 1/3 \cdot P_p \cdot H$



$H^2 + (a/2)^2 = h^2$: $4^2 + 3^2 = 25$, $h = 5$ cm



1 dm³ = 1 l, 1 cm³ = 1 ml, 1 m³ = 1000 l



Graniastosłup trójkątny: a = 6 cm, H = 10 cm, $V = 90\sqrt{3}$ cm³

Przykłady z wyjaśnieniem

Przykład 1. Graniastosłup prawidłowy trójkątny ma krawędź podstawy 6 cm i wysokość 10 cm. Oblicz jego objętość i pole powierzchni całkowitej.

Podstawa to trójkąt równoboczny: $P_p = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$ cm^2. $V = 9\sqrt{3} \cdot 10 = 90\sqrt{3}$ cm^3. Ściany boczne: $3 \cdot 6 \cdot 10 = 180$ cm^2. $P_c = 2 \cdot 9\sqrt{3} + 180 = (180 + 18\sqrt{3})$ cm^2.

Przykład 2. Ostrosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy 6 cm i wysokość 4 cm. Oblicz jego objętość i pole powierzchni całkowitej.

$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 4 = 48$ cm^3. Wysokość ściany: $h^2 = 4^2 + 3^2 = 25$, $h = 5$ cm. $P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 60$ cm^2, $P_c = 36 + 60 = 96$ cm^2.

Przykład 3. Ostrosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy 10 cm, a wysokość ściany bocznej 13 cm. Oblicz objętość.

Trójkąt prostokątny: H, połowa krawędzi podstawy (5 cm) i $h = 13$ cm. $H^2 = 169 - 25 = 144$, $H = 12$ cm. $V = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 12 = 400$ cm^3. Uwaga: 13 cm to **nie** jest wysokość ostrosłupa.

Przykład 4. Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt prostokątny równoramienny o przyprostokątnych 4 dm. Wysokość bryły to 5 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej.

Przeciwprostokątna: $4\sqrt{2}$ dm. $P_p = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ dm^2, $V = 8 \cdot 5 = 40$ dm^3. $P_b = 5 \cdot (4 + 4 + 4\sqrt{2}) = 40 + 20\sqrt{2}$ (dm^2), $P_c = 16 + 40 + 20\sqrt{2} = (56 + 20\sqrt{2})$ dm^2.

Zadania

1 **Uzupełnij zdania.** ___ / 4 pkt

1. Graniastosłup sześciokątny ma _____ krawędzi.
2. Graniastosłup sześciokątny ma _____ wierzchołków.
3. Ostrosłup pięciokątny ma _____ krawędzi.
4. Ostrosłup pięciokątny ma _____ ścian.

2 **Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.** ___ / 1 pkt

1. Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są przystającymi trójkątami równoramiennymi.	**P**	**F**
2. Wysokość tego ostrosłupa jest równa długości jego krawędzi bocznej.	**P**	**F**

3 **Oblicz objętości brył.** ___ / 3 pkt

1. Prostopadłościan o krawędziach 3 cm, 4 cm i 5 cm: V = _____
2. Graniastosłup o polu podstawy 12 cm² i wysokości 7 cm: V = _____
3. Ostrosłup o polu podstawy 12 cm² i wysokości 7 cm: V = _____

4 **Akwarium ma pojemność 0,12 m³. Ile litrów wody mieści to akwarium? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.** ___ / 1 pkt

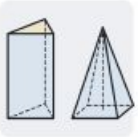
A. 12 l **B.** 120 l **C.** 1,2 l **D.** 1200 l

5 **Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.** ___ / 1 pkt

Siatka graniastosłupa prawidłowego trójkątnego składa się z
(A. dwóch trójkątów i trzech prostokątów/B. trzech trójkątów i dwóch prostokątów).
Siatka ostrosłupa czworokątnego składa się z
(C. pięciu trójkątów/D. czterech trójkątów i czworokąta).

PIERWSZA ŁAWKA

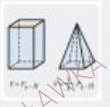
Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – ćwiczenia podstawowe



KARTA 2/6

Sprawdzam, czy rozumiem podstawy

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt



Podpowiedź: Graniastosłup: $V = P_p \cdot H$, ostrosłup: $V = 1/3 \cdot P_p \cdot H$

1 **Graniastosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy długości 5 cm i wysokość 8 cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa. Zapisz obliczenia.** ___ / 2 pkt

2 **Ostrosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy długości 6 cm i wysokość 10 cm. Jaka jest objętość tego ostrosłupa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.** ___ / 1 pkt

A. 120 cm³ **B.** 180 cm³ **C.** 20 cm³ **D.** 360 cm³

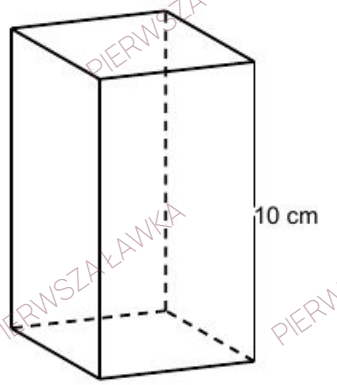
3 **Ostrosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy 8 cm, a wysokość jego ściany bocznej jest równa 5 cm. Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.** ___ / 1 pkt

Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe **(A. 80 cm²/B. 160 cm²)**. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe **(C. 144 cm²/D. 224 cm²)**.

PIERWSZA ŁAWKA

2 **Podstawą graniastosłupa prostego jest romb o przekątnych długości 6 cm i 8 cm. Wysokość graniastosłupa jest równa 10 cm (zobacz rysunek). Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa. Zapisz obliczenia.**

___ / 3 pkt



3 **Wszystkie krawędzie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego mają długość 6 cm. Jakie jest pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

___ / 1 pkt

A. 144 cm² **B.** $9\sqrt{3}$ cm² **C.** $72\sqrt{3}$ cm² **D.** $36\sqrt{3}$ cm²

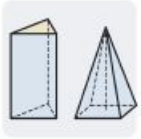
4 **Przekątna ściany sześcianu ma długość $5\sqrt{2}$ cm. Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.**

___ / 1 pkt

Krawędź tego sześcianu ma długość **(A. 5 cm/B. $5\sqrt{2}$ cm)**. Objętość tego sześcianu jest równa **(C. 125 cm³/D. 150 cm³)**.

PIERWSZA ŁAWKA

Sprawdzian: Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – grupa A



KARTA 5/6

40 minut · 11 pkt

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 11 pkt

1 **Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o bokach 4 cm i 9 cm, a wysokość bryły to 5 cm. Jaka jest objętość tego ostrosłupa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.** ___ / 1 pkt

A. 30 cm³ **B.** 180 cm³ **C.** 60 cm³ **D.** 90 cm³

2 **Graniastosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy 3 cm i wysokość 10 cm. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.** ___ / 1 pkt

1. Objętość tego graniastosłupa jest równa 90 cm³.	P	F
2. Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe 138 cm².	P	F

3 **Ostrosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy 10 cm. Wysokość jego ściany bocznej jest równa 12 cm. Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.** ___ / 1 pkt

Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe **(A. 240 cm²/B. 480 cm²)**. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe **(C. 340 cm²/D. 440 cm²)**.

4 **Uzupełnij.** ___ / 3 pkt

1. Ostrosłup siedmiokątny ma _____ krawędzi.
2. Graniastosłup pięciokątny ma _____ wierzchołków.
3. 2,5 dm³ = _____ l

5 **Graniastosłup prawidłowy trójkątny ma krawędź podstawy 6 cm i wysokość 5 cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa. Zapisz obliczenia.** ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – zestaw 6 kart pracy z kluczem i powtórką, matematyka, klasa 8

Podgląd pokazał 7 z 22 stron. Pełna wersja: 22 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – najważniejsze wiadomości – 5 zadań, 10 pkt
- Karta 2: Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – ćwiczenia podstawowe – 5 zadań, 8 pkt
- Karta 3: Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – utrwalenie – 5 zadań, 10 pkt
- Karta 4: Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – w praktyce – 5 zadań, 9 pkt
- Karta 5: Sprawdzian: Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – grupa A – 6 zadań, 11 pkt
- Karta 6: Sprawdzian: Graniastosłupy i ostrosłupy – pole powierzchni i objętość – grupa B – 6 zadań, 11 pkt Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości i pokazuje przykłady rozwiąza

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-klasa-8-dzial-06-graniastoslupy-i-ostroslupy-pole-powierzchni-i-objetosc-z