Jak przeprowadzić cykl – wskazówki dla nauczyciela

Przygotowanie

- Wydrukuj karty pracy 1–5 dla każdego ucznia, a na lekcję sprawdzianu – grupę A i B.
- Do lekcji 1 przygotuj kartki z liczbami −4, 2, 3, 4, 5 (po jednym komplecie na parę).
- Do lekcji 2 narysuj na tablicy wagę szalkową; można też pokazać prawdziwą wagę z odważnikami.
- Kalkulator nie jest potrzebny ani na lekcjach, ani na sprawdzianie (jak na egzaminie ósmoklasisty).

Ocenianie

- Sprawdzian ma formę zadań egzaminacyjnych: 5 zadań zamkniętych po 1 pkt i 2 zadania otwarte (3 pkt i 2 pkt), razem 10 pkt.
- Sprawdza: czy liczba jest rozwiązaniem równania, rozwiązywanie równań (także z nawiasami i ułamkami), równania sprzeczne i tożsamościowe, ułożenie równania do treści oraz zadania tekstowe, w tym z procentami.
- W zadaniach P/F i w dobieraniu punkt przyznaj tylko za obie poprawne odpowiedzi.
- Zadania otwarte oceniaj według zasad w kluczu: sam wynik bez obliczeń – 0 pkt; błąd rachunkowy przy poprawnej metodzie doprowadzonej do końca – odejmij 1 pkt; metoda prób i błędów daje pełną liczbę punktów, gdy uczeń sprawdził co najmniej dwie możliwości i wskazał wynik.

Najczęstsze błędy w tym temacie

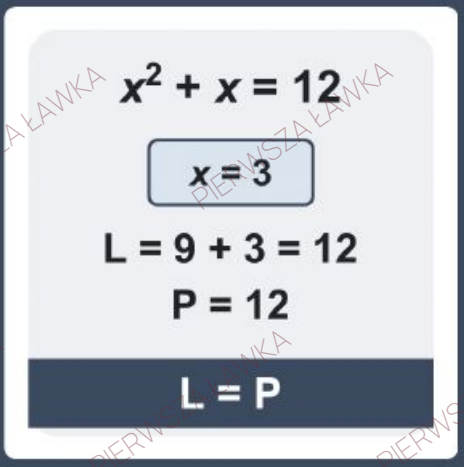
- Zmiana znaku wyrazu tylko po jednej stronie równania.
- Minus przed nawiasem zmienia znak tylko pierwszego wyrazu.
- Mnożenie przez wspólny mianownik tylko niektórych wyrazów.
- Podawanie wartości *x* zamiast odpowiedzi na pytanie z zadania.
- Liczenie procentu od ceny po zmianie zamiast od ceny przed zmianą.

PIERWSZA ŁAWKA

LEKCJA 1 Z 5 · RÓWNANIA

Co to znaczy rozwiązać równanie? Sprawdzamy, czy liczba spełnia równanie

Pytanie kluczowe: jak bez zgadywania przekonać się, że liczba pasuje do równania? Uczniowie muszą umieć obliczać wartość wyrażenia algebraicznego dla podanej liczby (także ujemnej) i podnosić liczby do kwadratu.



Przedmiot	Matematyka
Klasa	klasa 7
Cykl	Równania – lekcja 1 z 5
Temat lekcji	**Co to znaczy rozwiązać równanie? Sprawdzamy, czy liczba spełnia równanie**
Czas	45 minut
Metody	rozmowa kierowana, zagadka liczbowa, ćwiczenia przy tablicy, praca z kartą
Formy pracy	praca z całą klasą, praca w parach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne	tablica, kartki z liczbami −4, 2, 3, 4, 5 do podnoszenia, karta pracy 1

Cel ogólny

Uczeń rozumie, czym jest równanie i jego rozwiązanie, oraz sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie.

Cele operacyjne – uczeń po lekcji:

- wskazuje lewą i prawą stronę równania oraz niewiadomą
- oblicza wartość lewej i prawej strony równania dla podanej liczby
- rozstrzyga, czy liczba jest rozwiązaniem równania pierwszego, drugiego lub trzeciego stopnia
- wybiera spośród kilku liczb te, które spełniają równanie
- układa proste równanie o podanym rozwiązaniu

Cele w języku ucznia

- Wiem, co to jest rozwiązanie równania.
- Umiem sprawdzić, czy liczba spełnia równanie, licząc L i P.
- Wiem, że równanie może mieć więcej niż jedno rozwiązanie albo nie mieć żadnego.

Wymagania z podstawy programowej

- **VI.1** – sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, np. sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od –8 są rozwiązaniami równania $\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} = 0$;

Źródło: podstawa programowa z 2017 r. w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996) – obowiązuje w klasach 5–8 w roku szkolnym 2026/2027 i na egzaminie ósmoklasisty w latach 2027–2030.

Kryteria sukcesu

- obliczam L i P dla $x = 4$ w równaniu $2x + 3 = 11$
- sprawdzam, że liczby 3 i −4 spełniają równanie $x^2 + x = 12$
- spośród liczb −2, −1, 0, 1, 2 wybieram rozwiązania równania $x^2 + x = 2$
- podaję równanie, którego rozwiązaniem jest 6

Wzór zapisu sprawdzenia na tablicy

Równanie	Liczba	L	P	Wniosek
$2x + 3 = 11$	4	$2 \cdot 4 + 3 = 11$	11	jest rozwiązaniem
$2x + 3 = 11$	5	$2 \cdot 5 + 3 = 13$	11	nie jest
$x^2 + x = 12$	−4	$16 + (-4) = 12$	12	jest rozwiązaniem

Przebieg lekcji

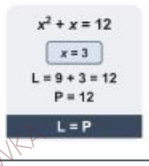
Czas	Faza	Co robi nauczyciel	Co robią uczniowie

0–5 min	Wprowadzenie	• Mówi: „Pomyślałem liczbę. Pomnożyłem ją przez 3 i dodałem 4. Wyszło 19. Jaką liczbę pomyślałem?”. Oczekuje: 5. • Pyta: „Jak to sprawdzić?”. Oczekuje: $3 \cdot 5 + 4 = 15 + 4 = 19$. Zapisuje zagadkę jako $3x + 4 = 19$. • Zapisuje temat.	• Zgadują liczbę i sprawdzają ją rachunkiem. • Zapisują temat.
5–15 min	Równanie i jego rozwiązanie	• Na równaniu $2x + 3 = 11$ pokazuje: lewa strona (L) to $2x + 3$, prawa strona (P) to 11, x to niewiadoma. • Sprawdza $x = 4$: $L = 2 \cdot 4 + 3 = 11$, $P = 11$, więc $L = P$ – liczba 4 jest rozwiązaniem. • Sprawdza $x = 5$: $L = 2 \cdot 5 + 3 = 13$, $P = 11$, $L \neq P$ – liczba 5 nie jest rozwiązaniem. • Podaje regułę: liczba jest rozwiązaniem równania, gdy po wstawieniu jej za x lewa strona jest równa prawej.	• Zapisują w zeszycie schemat sprawdzania: L = …, P = …, wniosek. • Sprawdzają w parach $x = 3$ ($L = 9$, nie).
15–25 min	Równania z kwadratem	• Zapisuje $x^2 + x = 12$. Uczniowie podnoszą kartki z liczbą, którą chcą sprawdzić. • Sprawdza razem z klasą: dla 3: $L = 9 + 3 = 12$ – tak; dla 2: $L = 4 + 2 = 6$ – nie; dla -4: $L = 16 + (-4) = 12$ – tak. • Pyta: „Ile rozwiązań ma to równanie?”. Mówi: to równanie ma dwa rozwiązania: 3 i -4. • Uwaga na błąd: $(-4)^2 = 16$, a nie -16. Kwadrat liczby ujemnej jest dodatni.	• Liczą L dla wybranych liczb. • Zapisują w zeszycie oba rozwiązania.
25–32 min	Ile rozwiązań może mieć równanie	• Zapisuje $x + 1 = x + 2$. Pyta: „Czy jakaś liczba to spełnia?”. Oczekuje: nie, bo prawa strona jest zawsze o 1 większa. • Zapisuje $2(x + 1) = 2x + 2$. Prosi o sprawdzenie dla 0, 1 i -3. Mówi: to równanie spełnia każda liczba. • Podsumowuje: równanie może mieć jedno rozwiązanie, kilka, żadnego albo nieskończenie wiele.	• Sprawdzają podane liczby i formułują wniosek.
32–42 min	Karta pracy	• Rozdaje kartę pracy 1. Sprawdza zapis L i P w zadaniu 1. • Przy błędzie w zadaniu 2 pyta: „Ile to jest $-2 \cdot (-3)$?”.	• Rozwiązują zadania 1–5 samodzielnie, zadanie 6 w parach.
42–45 min	Podsumowanie	• Pyta: „Jak sprawdzić, czy liczba jest rozwiązaniem równania?” (obliczam L i P i porównuję). • Pyta: „Czy równanie $x + 1 = x + 2$ ma rozwiązanie?” (nie).	• Odpowiadają, mówią, co sprawiło trudność.

Podgląd • Pierwsza Ławka

Karta pracy do lekcji 1

Co to znaczy rozwiązać równanie? Sprawdzamy, czy liczba spełnia równanie



14 pkt
RAZEM

Imię i nazwisko ..... Data ..... Wynik: ..... / 14 pkt



Podpowiedź: Liczba 3 spełnia $x^2 + x = 12$, bo $L = 9 + 3 = 12 = P$

1 **Sprawdź**, czy podana liczba jest rozwiązaniem równania. **Wpisz** TAK albo NIE. ___ / 4 pkt

1. $3x - 5 = 10$, $x = 5$: _____
2. $4 + 2x = 12$, $x = 3$: _____
3. $x^2 - 1 = 8$, $x = -3$: _____
4. $5(x - 2) = x + 6$, $x = 4$: _____

2 **Która z liczb jest rozwiązaniem równania $7 - 2x = 13$? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.** ___ / 1 pkt

A. −3 **B.** 10 **C.** 3 **D.** −10

3 **Podaj** liczbę, która spełnia równanie. ___ / 3 pkt

1. $x + 9 = 4$, $x =$ _____
2. $6x = 42$, $x =$ _____
3. $x : 4 = 2{,}5$, $x =$ _____

4 **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.** ___ / 1 pkt

1. Liczba 2 jest rozwiązaniem równania $x^3 = 4x$.	**P**	**F**
2. Liczba 0 jest rozwiązaniem równania $x + 3 = x + 7$.	**P**	**F**

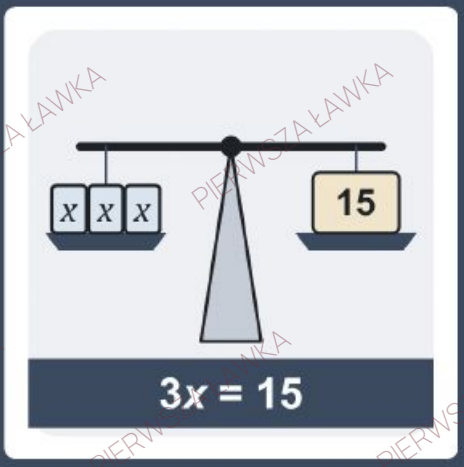
5 **Sprawdź**, które z liczb −2, −1, 0, 1, 2 są rozwiązaniami równania $x^2 + x = 2$. **Zapisz obliczenia.** ___ / 3 pkt

6 **Ułóż** równanie, którego rozwiązaniem jest liczba 6. **Sprawdź** je. ___ / 2 pkt

LEKCJA 2 Z 5 · RÓWNANIA

Waga w równowadze – rozwiązujemy równania metodą równań równoważnych

Pytanie kluczowe: jak zmieniać równanie, żeby nie zmienić jego rozwiązania? Uczniowie muszą umieć sprawdzać, czy liczba spełnia równanie (lekcja 1), i wykonywać działania na liczbach całkowitych.



Przedmiot	Matematyka
Klasa	klasa 7
Cykl	Równania – lekcja 2 z 5
Temat lekcji	**Waga w równowadze – rozwiązujemy równania metodą równań równoważnych**
Czas	45 minut
Metody	pokaz (waga szalkowa na rysunku), rozmowa kierowana, ćwiczenia, praca z kartą
Formy pracy	praca z całą klasą, praca w parach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne	rysunek wagi szalkowej na tablicy, karta pracy 2

Cel ogólny

Uczeń rozwiązuje równania pierwszego stopnia, wykonując te same działania po obu stronach równania.

Cele operacyjne – uczeń po lekcji:

- dodaje lub odejmuje tę samą liczbę albo to samo wyrażenie po obu stronach równania
- mnoży i dzieli obie strony równania przez tę samą liczbę różną od zera
- rozwiązuje równanie z niewiadomą po obu stronach
- sprawdza otrzymane rozwiązanie
- znajduje błąd w cudzym rozwiązaniu

Cele w języku ucznia

- Wiem, że po obu stronach równania wykonuję to samo działanie.
- Umiem rozwiązać równanie $5x - 7 = 2x + 8$.
- Zawsze sprawdzam wynik.

Wymagania z podstawy programowej

- **VI.2** – rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;
- **VI.1** – sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, np. sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od –8 są rozwiązaniami równania $\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} = 0$;

Źródło: podstawa programowa z 2017 r. w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996) – obowiązuje w klasach 5–8 w roku szkolnym 2026/2027 i na egzaminie ósmoklasisty w latach 2027–2030.

Kryteria sukcesu

- rozwiązuję $3x = 15$ i $x + 7 = 19$
- przenoszę wyrazy z x na jedną stronę, a liczby na drugą, i zapisuję każde przekształcenie
- rozwiązuję $4x + 9 = 1$ (wynik ujemny) i sprawdzam wynik
- wskazuję błąd w rozwiązaniu, w którym zmieniono znak tylko po jednej stronie

Zapis rozwiązania do pokazania na tablicy

$5x - 7 = 2x + 8 \quad | -2x$

$3x - 7 = 8 \quad | +7$

$3x = 15 \quad | : 3$

$x = 5$

Sprawdzenie: $L = 5 \cdot 5 - 7 = 18$, $P = 2 \cdot 5 + 8 = 18$, $L = P$.

Przebieg lekcji

Czas	Faza	Co robi nauczyciel	Co robią uczniowie

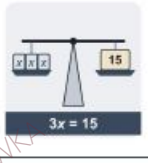
0–7 min	Wprowadzenie – waga	• Rysuje wagę: na lewej szalce 3 jednakowe torebki z orzechami, na prawej odważnik 15 dag. Waga jest w równowadze. • Pyta: „Ile waży jedna torebka?”. Oczekuje: 5 dag. Zapisuje $3x = 15$, dzieli obie strony przez 3: $x = 5$. • Dokłada do obu szalek po 7 dag. Pyta: „Czy waga dalej jest w równowadze?”. Oczekuje: tak.	• Odpowiadają, zapisują pierwsze równanie i jego rozwiązanie.
7–17 min	Reguły przekształcania	• Zapisuje reguły: do obu stron można dodać (od obu stron odjąć) tę samą liczbę; obie strony można pomnożyć lub podzielić przez tę samą liczbę różną od zera. • Przykład: $x + 7 = 19 \mid -7$, $x = 12$. Sprawdzenie: $12 + 7 = 19$. • Przykład: $4x + 9 = 1 \mid -9$, $4x = -8 \mid : 4$, $x = -2$. Sprawdzenie: $4 \cdot (-2) + 9 = 1$. • Mówi: obok równania zapisujemy kreskę i działanie, które wykonujemy po obu stronach.	• Przepisują reguły i przykłady. • Rozwiązują w parach $x - 8 = 3$ i porównują zapis.
17–27 min	Niewiadoma po obu stronach	• Zapisuje $5x - 7 = 2x + 8$. Pyta: „Co zrobić, żeby x był tylko po lewej stronie?”. Oczekuje: odjąć $2x$. • $5x - 7 = 2x + 8 \mid -2x \rightarrow 3x - 7 = 8 \mid +7 \rightarrow 3x = 15 \mid : 3 \rightarrow x = 5$. • Sprawdzenie: $L = 25 - 7 = 18$, $P = 10 + 8 = 18$. • Typowy błąd: $5x + 2x$ zamiast $5x - 2x$ – odejmujemy $2x$ od obu stron, więc po lewej zostaje $3x$.	• Rozwiązują przykład razem z nauczycielem, potem samodzielnie $6x - 5 = 2x + 11$.
27–42 min	Karta pracy	• Rozdaje kartę pracy 2. Przypomina o sprawdzaniu wyniku. • Przy zadaniu 5 pyta: „Co Kuba zrobił z $2x$? Co powinno zostać po lewej stronie?”.	• Rozwiązują zadania 1–4 samodzielnie, zadanie 5 w parach.
42–45 min	Podsumowanie	• Pyta: „Jakie działania wolno wykonać na obu stronach równania?”. „Jak sprawdzisz, że $x = -2$ jest rozwiązaniem $4x + 9 = 1$?”.	• Odpowiadają, poprawiają błędy w zeszytach.

Typowe trudności uczniów

- Zmiana znaku tylko po jednej stronie: z $5x + 3 = 2x - 9$ uczeń zapisuje $5x + 2x = -9 - 3$.
- Dzielenie przez współczynnik ze złym znakiem: $-2x = 18 \rightarrow x = 9$.
- Pomijanie sprawdzenia, przez co błąd nie zostaje zauważony.

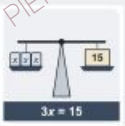
Karta pracy do lekcji 2

Waga w równowadze – rozwiązujemy równania metodą równań równoważnych



15 pkt
RAZEM

Imię i nazwisko ..... Data ..... Wynik: ..... / 15 pkt



Podpowiedź: Po obu stronach to samo działanie: 3x = 15 | : 3, więc x = 5

1 **Rozwiąż równanie.** ___ / 6 pkt

1. $x - 8 = 3$, $x =$ _____
2. $x + 6 = -2$, $x =$ _____
3. $5x = -35$, $x =$ _____
4. $\frac{x}{3} = 4$, $x =$ _____
5. $-2x = 18$, $x =$ _____
6. $0{,}5x = 7$, $x =$ _____

2 **Rozwiąż równanie. Sprawdź wynik.** ___ / 4 pkt

1. $3x + 4 = 25$, $x =$ _____
2. $6x - 5 = 2x + 11$, $x =$ _____
3. $9 - x = 2x + 3$, $x =$ _____
4. $7x + 2 = 4x - 13$, $x =$ _____

3 **Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.** ___ / 1 pkt

Rozwiązaniem równania $8x - 3 = 5x + 12$ jest liczba

A. 3 **B.** 5 **C.** 15 **D.** −3

4 **Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.** ___ / 1 pkt

Aby z równania $4x - 7 = 13$ otrzymać $4x = 20$, do obu stron **(A. dodajemy 7/B. odejmujemy 7)**.
Rozwiązaniem tego równania jest liczba **(C. 5/D. 80)**.

5 **Kuba rozwiązał równanie $5x + 3 = 2x - 9$ tak: $5x + 2x = -9 - 3$, $7x = -12$. Wskaż błąd. Rozwiąż równanie poprawnie.** ___ / 3 pkt

LEKCJA 3 Z 5 · RÓWNANIA

Równania z nawiasami i ułamkami

Pytanie kluczowe: co zrobić z nawiasami i ułamkami, żeby równanie dało się rozwiązać jak na poprzedniej lekcji? Uczniowie muszą umieć mnożyć sumę algebraiczną przez liczbę, redukować wyrazy podobne i rozwiązywać proste równania (lekcja 2).

$$7 - (2x - 3)$$

$$\downarrow$$

$$7 - 2x + 3$$

$$10 - 2x$$

minus zmienia znaki

Przedmiot	Matematyka
Klasa	klasa 7
Cykl	Równania – lekcja 3 z 5
Temat lekcji	**Równania z nawiasami i ułamkami**
Czas	45 minut
Metody	rozmowa kierowana, ćwiczenia przy tablicy, praca z kartą
Formy pracy	praca z całą klasą, praca w parach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne	tablica, karta pracy 3

Cel ogólny

Uczeń rozwiązuje równania, które po opuszczeniu nawiasów lub pozbyciu się mianowników stają się równaniami pierwszego stopnia.

Cele operacyjne – uczeń po lekcji:

- opuszcza nawiasy poprzedzone liczbą lub znakiem minus
- mnoży obie strony równania przez wspólny mianownik
- redukuje wyrazy podobne i rozwiązuje otrzymane równanie
- rozpoznaje równanie sprzeczne i równanie spełnione przez każdą liczbę

Cele w języku ucznia

- Umiem zapisać „cena po obniżce o 20%” jako $0{,}8x$.
- Umiem obliczyć liczbę, gdy znam jej procent.
- Wiem, że procent obniżki liczę od ceny przed obniżką.

Wymagania z podstawy programowej

- **VI.4** – rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;

Źródło: podstawa programowa z 2017 r. w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996) – obowiązuje w klasach 5–8 w roku szkolnym 2026/2027 i na egzaminie ósmoklasisty w latach 2027–2030.

Kryteria sukcesu

- rozwiązuję $0{,}3x = 21$ i podaję, że 30% liczby 70 to 21
- obliczam cenę przed obniżką o 20%, gdy po obniżce wynosi 96 zł
- obliczam cenę przed podwyżką o 15%, gdy po podwyżce wynosi 46 zł
- wyjaśniam, dlaczego nie wolno dodać 20% do ceny po obniżce

Procent w równaniu

Sytuacja	Zapis
30% liczby x	$0{,}3x$
cena po obniżce o 20%	$x - 0{,}2x = 0{,}8x$
cena po podwyżce o 15%	$x + 0{,}15x = 1{,}15x$
o 20% tańszy niż x	$0{,}8x$

Przebieg lekcji

Czas	Faza	Co robi nauczyciel	Co robią uczniowie
0–7 min	Wprowadzenie	• Rysuje pasek podzielony na 10 części, zamalowuje 3. Mówi: „Te 3 części to 21. Ile jest cały pasek?”. Oczekuje: 70. • Zapisuje: 30% liczby x to 21. $0{,}3x = 21 \mid : 0{,}3$, $x = 70$.	• Odpowiadają, zapisują pierwsze równanie.
7–20 min	Cena przed obniżką i podwyżką	• Mówi: „Po obniżce o 20% sweter kosztuje 96 zł”. Pyta: „Jaki procent starej ceny płacimy?”. Oczekuje: 80%. • $0{,}8x = 96$, $x = 120$. Sprawdzenie: 20% ze 120 to 24, $120 - 24 = 96$.	• Zapisują przykłady, sprawdzają wyniki.

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Równania – cykl 5 lekcji: scenariusze, karty pracy, sprawdzian, powtórka, klasa 7

Podgląd pokazał 11 z 35 stron. Pełna wersja: 35 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- plan cyklu i wskazówki dla nauczyciela: co przygotować, jak przeprowadzić lekcje i jak oceniać
- Lekcja 1 (45 min): Co to znaczy rozwiązać równanie?
- Lekcja 2 (45 min): Waga w równowadze – rozwiązujemy równania metodą równań równoważnych – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minut
- Lekcja 3 (45 min): Równania z nawiasami i ułamkami – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie z przykładami) i karta p
- Lekcja 4 (45 min): Zadania tekstowe – układamy i rozwiązujemy równania – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie z pr
- Lekcja 5 (45 min): Równania w zadaniach z procentami – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie z przykładami) i karta
- sprawdzian w dwóch grupach (A i B, po 10 pkt) oraz klucz odpowiedzi i zasady oceniania do wszystkich kart.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/cykl-lekcji-matematyka-rownania-klasa-7