PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW DZIAŁOWY · MATEMATYKA · KLASA 1 LO I TECHNIKUM · ZAKRES PODSTAWOWY

Dział 5. Układy równań liniowych i zadania tekstowe

Rozwiązywanie układów dwóch równań liniowych metodą podstawiania i przeciwnych współczynników, układy oznaczone, sprzeczne i nieoznaczone oraz ich interpretacja geometryczna, zadania tekstowe (ceny, procenty, podział kwoty, stężenia). Dziewięć kart: teoria z przykładami, ćwiczenia, zadania typu maturalnego, dwie kartkówki (A i B) i sprawdzian (A i B) – z kluczem i zasadami oceniania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Układy równań liniowych i zadania tekstowe – najważniejsze wiadomości** Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka	3 zad. 7 pkt
2	**Układy równań liniowych i zadania tekstowe – ćwiczenia** Ćwiczę umiejętności z działu	8 zad. 18 pkt
3	**Układy równań liniowych i zadania tekstowe – zadania typu maturalnego** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	7 zad. 10 pkt
4	**Kartkówka 1: rozwiązywanie układów i ich interpretacja – grupa A** 15 minut · 7 pkt	4 zad. 7 pkt
5	**Kartkówka 1: rozwiązywanie układów i ich interpretacja – grupa B** 15 minut · 7 pkt	4 zad. 7 pkt
6	**Kartkówka 2: zadania tekstowe prowadzące do układów równań – grupa A** 15 minut · 8 pkt	4 zad. 8 pkt
7	**Kartkówka 2: zadania tekstowe prowadzące do układów równań – grupa B** 15 minut · 8 pkt	4 zad. 8 pkt
8	**Sprawdzian: Układy równań liniowych i zadania tekstowe – grupa A** 45 minut · 20 pkt	10 zad. 20 pkt
9	**Sprawdzian: Układy równań liniowych i zadania tekstowe – grupa B** 45 minut · 20 pkt	10 zad. 20 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości z działu i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku – od niej warto zacząć.

- Karta 2 to ćwiczenia, a karta 3 – zadania w formule matury 2027 (polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE).
- Karty 4–7 to dwie kartkówki (po 15 minut), każda w grupach A i B. Karty 8–9 to sprawdzian (45 minut) w grupach A i B – te same typy zadań i ta sama punktacja, inne liczby.
- Klucz na końcu zestawu zawiera odpowiedzi, przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE (kamienie milowe, błąd rachunkowy = −1 pkt).
- Osobny plik „Powtórka” zbiera definicje, wzory (z zaznaczeniem, które są w karcie wzorów CKE), typowe błędy i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: IV.1–IV.2 (z III.2 i I.8); cele ogólne III.2, IV.1. Miejsce w seriach podręczników: NE kl. 1 · Pazdro kl. 1 · GWO kl. 1. Nazwy wydawnictw i serii podano tylko informacyjnie – materiał nie jest z nimi powiązany. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

PIERWSZA ŁAWKA

Układy równań liniowych i zadania tekstowe – najważniejsze wiadomości

Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka

KARTA 1/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 7 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Układ dwóch równań liniowych** z niewiadomymi x i y, np. $\begin{cases} 3x + y = 9 \\ x - y = -1 \end{cases}$. Jego **rozwiązaniem** jest para liczb spełniająca *oba* równania – tu $x = 2$, $y = 3$. Sprawdzenie: podstaw parę do obu równań.
- **Metoda podstawiania:** z jednego równania wyznacz jedną niewiadomą (najlepiej tę ze współczynnikiem 1 lub −1) i podstaw do drugiego równania. Otrzymasz równanie z jedną niewiadomą.
- **Metoda przeciwnych współczynników:** pomnóż równania przez takie liczby, aby współczynniki przy jednej niewiadomej były liczbami przeciwnymi, i dodaj równania stronami. Mnożysz *obie* strony równania – także wyraz wolny.

układ	liczba rozwiązań	proste	co wychodzi w rachunku
oznaczony	dokładnie jedno	przecinają się w jednym punkcie	jedna para (x, y)
sprzeczny	brak	równoległe i różne	sprzeczność, np. $0 = 5$
nieoznaczony	nieskończenie wiele	pokrywają się	tożsamość $0 = 0$

- **Interpretacja geometryczna:** każde równanie układu opisuje prostą. Zapisz równania w postaci $y = ax + b$: różne a – proste się przecinają (układ oznaczony); te same a i różne b – proste równoległe (sprzeczny); te same a i b – ta sama prosta (nieoznaczony).
- **Zadanie tekstowe – schemat:** 1) oznacz niewiadome z jednostką i warunkiem („x – cena zeszytu w zł, $x > 0$”); 2) każde zdanie treści zamień na równanie; 3) rozwiąż układ; 4) sprawdź wynik z treścią (czy liczby są dodatnie, całkowite, realne); 5) zapisz odpowiedź.
- **Procenty:** p% liczby x to $\frac{p}{100} \cdot x$; liczba o 20% większa od x to $1{,}2x$, a o 15% mniejsza – $0{,}85x$. Procent liczymy zawsze od tej wielkości, której dotyczy („13% kwoty przyznanej zespołowi”, a nie całej sumy). W zadaniach o podziale kwoty **nie** stosujemy procentu składanego.
- **Metoda prób** („zgaduję, że to 40 i 60”) na maturze daje co najwyżej 1 pkt z 2, jeśli nie uzasadnisz, że innego rozwiązania nie ma. Rozwiązanie układu takiego uzasadnienia nie wymaga. Układów równań nie ma w „Wybranych wzorach matematycznych”.

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. Rozwiąż układ równań $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + y = 17 \end{cases}$ metodą podstawiania.

Z pierwszego równania: $x = 2y + 1$. Podstawiamy do drugiego: $3(2y + 1) + y = 17$, czyli $7y + 3 = 17$, więc $y = 2$. Wtedy $x = 2 \cdot 2 + 1 = 5$.
Sprawdzenie: $5 - 4 = 1$ i $15 + 2 = 17$. Odpowiedź: $x = 5$, $y = 2$.

Przykład 2. Rozwiąż układ równań $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 5x - 2y = 11 \end{cases}$ metodą przeciwnych współczynników.

Mnożymy pierwsze równanie przez 2, a drugie przez 3: $\begin{cases} 4x + 6y = 24 \\ 15x - 6y = 33 \end{cases}$. Dodajemy stronami: $19x = 57$, więc $x = 3$. Z pierwszego równania: $6 + 3y = 12$, więc $y = 2$. Odpowiedź: $x = 3$, $y = 2$.

Przykład 3. Określ liczbę rozwiązań układów: a) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$.

a) Mnożymy pierwsze równanie przez 2 i dodajemy do drugiego: $0 = 11$ – sprzeczność. Układ jest **sprzeczny**; proste $y = 2x - 3$ i $y = 2x + 2{,}5$ są równoległe.
b) Mnożymy pierwsze równanie przez -2 i dodajemy do drugiego: $0 = 0$. Układ jest **nieoznaczony**: oba równania opisują prostą $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$, rozwiązań jest nieskończenie wiele.

Przykład 4. Klient banku wpłacił łącznie 30 000 zł na dwie roczne lokaty: pierwszą oprocentowaną 5% w skali roku i drugą oprocentowaną 3% w skali roku. Po roku odsetki z obu lokat wyniosły łącznie 1180 zł (pomijamy podatek). Oblicz, ile złotych wpłacono na każdą lokatę.

x – kwota na pierwszej lokacie (zł), y – kwota na drugiej lokacie (zł), $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x + y = 30\,000 \\ 0{,}05x + 0{,}03y = 1180 \end{cases}$$

Z pierwszego równania $y = 30\,000 - x$, więc $0{,}05x + 0{,}03(30\,000 - x) = 1180$, czyli $0{,}02x + 900 = 1180$, stąd $x = 14\,000$ i $y = 16\,000$.
Sprawdzenie: $0{,}05 \cdot 14\,000 + 0{,}03 \cdot 16\,000 = 700 + 480 = 1180$. Odpowiedź: 14 000 zł na pierwszej i 16 000 zł na drugiej lokacie.

ZADANIA

Zadanie 1. Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$ jest para liczb ___ / 1 pkt

A. $x = 4$, $y = 3$
B. $x = 5$, $y = 2$
C. $x = 4$, $y = -3$
D. $x = 3$, $y = 4$

PIERWSZA ŁAWKA

Układy równań liniowych i zadania tekstowe – ćwiczenia

KARTA 2/9

Ćwiczę umiejętności z działu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 18 pkt

Zadanie 1. Rozwiąż układy równań.

a) $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$ **(metodą podstawiania)** b) $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = 15 \end{cases}$ **(metodą przeciwnych współczynników)**

___ / 3 pkt

Zadanie 2. Dopasuj do każdego układu równań (1–4) liczbę jego rozwiązań (a–c).

___ / 4 pkt

1. $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x - y = 2 \\ x - y = 5 \end{cases}$
3. $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$
4. $\begin{cases} y = -x + 1 \\ 3x + 3y = 3 \end{cases}$

a) dokładnie jedno rozwiązanie

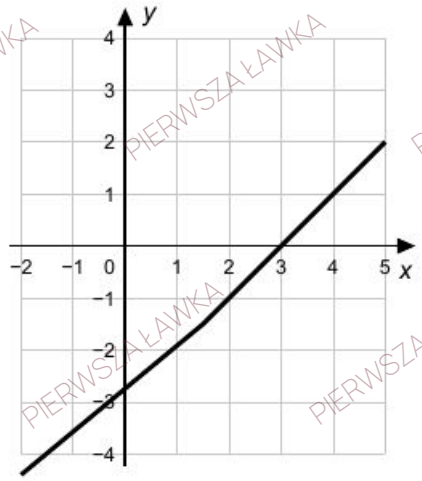
b) brak rozwiązań

c) nieskończenie wiele rozwiązań

1 ____ 2 ____ 3 ____ 4 ____

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 3. Na rysunku przedstawiono dwie proste. Wskaż układ równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku. ___ / 1 pkt



A. $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -2x - 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = -x - 3 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = x - 3 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

Zadanie 4. Za 3 zeszyty i 2 długopisy zapłacono 17,50 zł, a za 2 takie zeszyty i 5 takich długopisów – 19 zł. Oblicz cenę jednego zeszytu i cenę jednego długopisu. ___ / 2 pkt

Zadanie 5. Telefon i słuchawki kosztowały razem 1600 zł. Po obniżce ceny telefonu o 15% i ceny słuchawek o 25% za oba produkty trzeba zapłacić 1340 zł. Oblicz cenę telefonu przed obniżką. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 6. Pierwsze równanie układu ma postać $x + 2y = 4$, a drugie $– 3x + ay = 7$. Uzupełnij zdanie. ___ / 1 pkt

1. Układ jest sprzeczny, gdy liczba *a* jest równa _____ .

Zadanie 7. Suma dwóch liczb naturalnych jest równa 56. Przy dzieleniu większej z nich przez mniejszą otrzymujemy iloraz 3 i resztę 4. Wyznacz te liczby. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 8. Zmieszano roztwór soli o stężeniu 10% z roztworem soli o stężeniu 25% i otrzymano 600 g roztworu o stężeniu 15%. Oblicz, ile gramów każdego roztworu użyto. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

Układy równań liniowych i zadania tekstowe – zadania typu maturalnego

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

KARTA 3/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

___ / 1 pkt

Układ równań $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ -6x + 2y = -8 \end{cases}$

A. ma dokładnie jedno rozwiązanie.

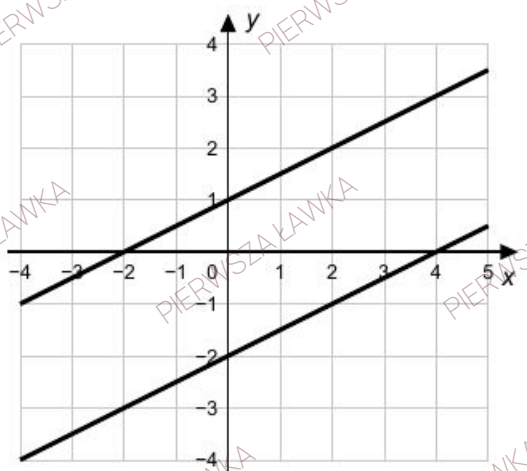
B. nie ma rozwiązań.

C. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

D. ma dokładnie dwa rozwiązania.

Zadanie 2. Na rysunku przedstawiono dwie proste równoległe.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Układ równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, to

___ / 1 pkt



A. $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$

Zadanie 3. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Punkt przecięcia prostych o równaniach $2x + y = 1$ i $x - y = 5$ ma współrzędne

___ / 1 pkt

A. $(3, -2)$ **B.** $(2, -3)$ **C.** $(-3, 2)$ **D.** $(2, 3)$

Zadanie 4. Dany jest układ równań $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. Para liczb $x = 4$, $y = 1$ jest rozwiązaniem tego układu.	**P**	**F**
2. Proste opisane równaniami tego układu przecinają się w punkcie leżącym na osi Ox.	**P**	**F**

Kartkówka 1: rozwiązywanie układów i ich interpretacja – grupa A

15 minut · 7 pkt

KARTA 4/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 7 pkt

Zadanie 1. Rozwiąż układ równań $\begin{cases} x + 3y = 11 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ metodą podstawiania. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Zadanie 2. Rozwiąż układ równań $\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$ metodą przeciwnych współczynników. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Zadanie 3. Układ równań $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -4x + 6y = 3 \end{cases}$ jest

___ / 1 pkt

A. sprzeczny

B. oznaczony, a jego rozwiązaniem jest para $x = 2$, $y = 1$

C. nieoznaczony

D. oznaczony, a jego rozwiązaniem jest para $x = -1$, $y = -1$

Zadanie 4. Proste o równaniach $2x - y = 4$ i $x + y = 5$ przecinają się w punkcie P. Uzupełnij.

___ / 2 pkt

1. Pierwsza współrzędna punktu P: _____

2. Druga współrzędna punktu P: _____

Sprawdzian: Układy równań liniowych i zadania tekstowe – grupa A

45 minut · 20 pkt

KARTA 8/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 20 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$ **jest para liczb** ___ / 1 pkt

A. $x = 2, y = 3$

B. $x = 3, y = 1$

C. $x = 1, y = 3$

D. $x = 3, y = -1$

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układ równań $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 2x - 6y = 4 \end{cases}$ ___ / 1 pkt

A. ma dokładnie jedno rozwiązanie.

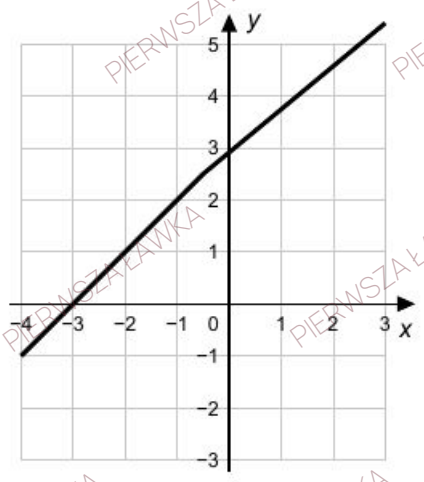
B. ma dokładnie dwa rozwiązania.

C. nie ma rozwiązań.

D. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 3. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układ równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, to ___ / 1 pkt



A. $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -2x \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = 2x \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -2x \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = 2x \end{cases}$

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Układy równań liniowych i zadania tekstowe – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką, matematyka, klasa 1 LO i technikum (zakres

Podgląd pokazał 10 z 30 stron. Pełna wersja: 30 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Układy równań liniowych i zadania tekstowe – najważniejsze wiadomości – 3 zadania, 7 pkt
- Karta 2: Układy równań liniowych i zadania tekstowe – ćwiczenia – 8 zadań, 18 pkt
- Karta 3: Układy równań liniowych i zadania tekstowe – zadania typu maturalnego – 7 zadań, 10 pkt
- Karta 4: Kartkówka 1: rozwiązywanie układów i ich interpretacja – grupa A – 4 zadania, 7 pkt
- Karta 5: Kartkówka 1: rozwiązywanie układów i ich interpretacja – grupa B – 4 zadania, 7 pkt
- Karta 6: Kartkówka 2: zadania tekstowe prowadzące do układów równań – grupa A – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 7: Kartkówka 2: zadania tekstowe prowadzące do układów równań – grupa B – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 8: Sprawdzian: Układy równań liniowych i zadania tekstowe – grupa A – 10 zadań, 20 pkt
- Karta 9: Sprawdzian: Układy równań liniowych i zadania tekstowe – grupa B – 10 zadań, 20 pkt

Karta 1 przypomina teorię i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-liceum-klasa-1-dzial-05-uklady-rownan-liniowych-i-zadania-tekstowe