PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW DZIAŁOWY · MATEMATYKA · KLASA 1 LO I TECHNIKUM · ZAKRES PODSTAWOWY

Dział 7. Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych

Wykres i własności funkcji liniowej, interpretacja współczynników, miejsce zerowe, wzór z informacji o wykresie, równanie kierunkowe i ogólne prostej, prosta przez dwa punkty i równoległa do danej, wzajemne położenie i punkt wspólny prostych, zastosowania funkcji liniowej. Dziewięć kart: teoria z przykładami, ćwiczenia, zadania typu maturalnego, dwie kartkówki (A i B) i sprawdzian (A i B) – z kluczem i zasadami oceniania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – najważniejsze wiadomości** Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka	3 zad. 9 pkt
2	**Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – ćwiczenia** Ćwiczę umiejętności z działu	8 zad. 24 pkt
3	**Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – zadania typu maturalnego** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	8 zad. 12 pkt
4	**Kartkówka 1: wzór i własności funkcji liniowej – grupa A** 15 minut · 8 pkt	4 zad. 8 pkt
5	**Kartkówka 1: wzór i własności funkcji liniowej – grupa B** 15 minut · 8 pkt	4 zad. 8 pkt
6	**Kartkówka 2: równanie prostej, równoległość, punkt wspólny – grupa A** 15 minut · 7 pkt	4 zad. 7 pkt
7	**Kartkówka 2: równanie prostej, równoległość, punkt wspólny – grupa B** 15 minut · 7 pkt	4 zad. 7 pkt
8	**Sprawdzian: Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – grupa A** 45 minut · 20 pkt	10 zad. 20 pkt
9	**Sprawdzian: Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – grupa B** 45 minut · 20 pkt	10 zad. 20 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości z działu i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku – od niej warto zacząć.
- Karta 2 to ćwiczenia, a karta 3 – zadania w formule matury 2027 (polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE).
- Karty 4–7 to dwie kartkówki (po 15 minut), każda w grupach A i B. Karty 8–9 to sprawdzian (45 minut) w grupach A i B – te same typy zadań i ta sama punktacja, inne liczby.
- Klucz na końcu zestawu zawiera odpowiedzi, przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE (kamienie milowe, błąd rachunkowy = −1 pkt).
- Osobny plik „Powtórka” zbiera definicje, wzory (z zaznaczeniem, które są w karcie wzorów CKE), typowe błędy i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: V.5, V.6, IX.1, IX.2 (także V.11 w zastosowaniach); cele ogólne II.1, III.1, IV.3; prostopadłość (IX.R4) tylko jako zadanie dodatkowe ZR. Miejsce w seriach podręczników: NE kl. 1 · Pazdro kl. 1 (równanie ogólne prostej – kl. 2) · GWO kl. 1 (proste w układzie – kl. 4); technikum NE kl. 2. Nazwy wydawnictw i serii podano tylko informacyjnie – materiał nie jest z nimi powiązany. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – najważniejsze wiadomości

Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka

KARTA 1/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Funkcja liniowa** to funkcja $f(x) = ax + b$, gdzie $a, b \in \mathbb{R}$. Jej wykresem jest prosta. Liczba a to **współczynnik kierunkowy**, a b – **wyraz wolny**: wykres przecina oś Oy w punkcie $(0, b)$, bo $f(0) = b$.
- **Monotoniczność:** dla $a > 0$ funkcja jest rosnąca, dla $a < 0$ – malejąca, dla $a = 0$ – stała. Liczba a mówi, o ile zmienia się wartość funkcji, gdy argument wzrośnie o 1: $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.
- **Miejsce zerowe:** gdy $a \neq 0$, rozwiązujemy równanie $ax + b = 0$, czyli $x_0 = -\frac{b}{a}$. Gdy $a = 0$ i $b \neq 0$, funkcja nie ma miejsc zerowych, a gdy $a = b = 0$ – każda liczba rzeczywista jest miejscem zerowym.
- **Wzór z informacji o wykresie.** Prosta przez punkty $A = (x_A, y_A)$ i $B = (x_B, y_B)$, gdzie $x_A \neq x_B$: najpierw $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, potem b z podstawienia współrzędnych jednego z punktów. Prosta o współczynniku kierunkowym a przechodząca przez punkt $P = (x_0, y_0)$: $y = a(x - x_0) + y_0$.
- **Równanie kierunkowe** $y = ax + b$ ma każda prosta nierównoległa do osi Oy. **Równanie ogólne** $Ax + By + C = 0$ (gdzie $A^2 + B^2 \neq 0$) ma każda prosta. Gdy $B \neq 0$, wyznaczamy y i dostajemy postać kierunkową; gdy $B = 0$, prosta $x = c$ jest pionowa i nie jest wykresem funkcji.
- **Wzajemne położenie prostych** $y = a_1x + b_1$ i $y = a_2x + b_2$: są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy $a_1 = a_2$ (przy $b_1 = b_2$ pokrywają się, przy $b_1 \neq b_2$ nie mają punktów wspólnych). Gdy $a_1 \neq a_2$, przecinają się w jednym punkcie – jego współrzędne to rozwiązanie układu równań obu prostych.
- W „Wybranych wzorach matematycznych” CKE są: równanie kierunkowe, równanie prostej przez punkt i przez dwa punkty, równanie ogólne i warunki równoległości. Jest tam też warunek prostopadłości $a_1 \cdot a_2 = -1$ – obowiązuje on tylko w zakresie rozszerzonym.

Podgląd • Pierwsza Ławka

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. Wyznacz wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez punkty $A = (-2, 7)$ i $B = (4, -2)$. Oblicz jej miejsce zerowe.

$a = \frac{-2-7}{4-(-2)} = \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}$.

Podstawiamy współrzędne punktu A: $7 = -\frac{3}{2} \cdot (-2) + b$, czyli $7 = 3 + b$, więc $b = 4$.

Wzór: $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$. Sprawdzenie dla B: $-\frac{3}{2} \cdot 4 + 4 = -2$ – zgadza się.

Miejsce zerowe: $-\frac{3}{2}x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$.

Przykład 2. Wyznacz równanie kierunkowe prostej równoległej do prostej $3x - y + 5 = 0$ i przechodzącej przez punkt $P = (2, -1)$.

Z równania ogólnego: $y = 3x + 5$, więc współczynnik kierunkowy jest równy 3.

Prosta równoległa ma ten sam współczynnik: $y = 3(x - 2) + (-1) = 3x - 7$.

Sprawdzenie: $3 \cdot 2 - 7 = -1$ – punkt P leży na tej prostej.

Przykład 3. Wyznacz punkt wspólny prostych $y = 2x - 5$ i $x + 3y - 6 = 0$.

Druga prosta: $y = -\frac{1}{3}x + 2$. Współczynniki kierunkowe 2 i $-\frac{1}{3}$ są różne, więc proste się przecinają.

Podstawiamy $y = 2x - 5$ do drugiego równania: $x + 3(2x - 5) - 6 = 0$, $7x - 21 = 0$, $x = 3$, $y = 2 \cdot 3 - 5 = 1$.

Punkt wspólny: $(3, 1)$.

Przykład 4. Świeca ma 24 cm wysokości i spala się równomiernie – w ciągu godziny ubywa jej 1,5 cm. Zapisz wzór funkcji $h(t)$ opisującej wysokość świecy (w cm) po t godzinach. Podaj dziedzinę i zinterpretuj współczynniki.

$h(t) = -1{,}5t + 24$. Współczynnik $-1{,}5$: co godzinę świeca skraca się o 1,5 cm (funkcja malejąca). Wyraz wolny 24: wysokość na początku, dla $t = 0$.

Miejsce zerowe: $-1{,}5t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 16$ – po 16 godzinach świeca się wypali. Dziedzina: $t \in \langle 0, 16 \rangle$.

ZADANIA

Zadanie 1. Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -4x + 6$. Uzupełnij. ___ / 5 pkt

1. Współczynnik kierunkowy: $a =$ _____
2. Punkt przecięcia wykresu z osią Oy: _____
3. Funkcja jest (rosnąca / malejąca): _____
4. Miejsce zerowe funkcji: _____
5. $f(2) =$ _____

Zadanie 2. Funkcją rosnącą jest funkcja ___ / 1 pkt

A. $f(x) = 5 - 2x$ **B.** $f(x) = -x - 3$ **C.** $f(x) = -4$ **D.** $f(x) = \frac{1}{3}x - 7$

Podgląd • Pierwsza Ławka

Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – ćwiczenia

Ćwiczę umiejętności z działu

KARTA 2/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 24 pkt

Zadanie 1. Dopasuj do każdego wzoru funkcji (1–4) opis jej wykresu (a–d). ___ / 4 pkt

1. $f(x) = 2x + 3$
2. $f(x) = -2x + 3$
3. $f(x) = 2x - 3$
4. $f(x) = -3$

a) funkcja stała, bez miejsc zerowych

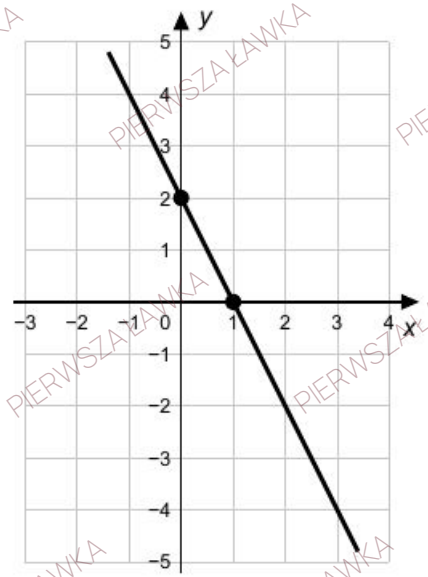
b) funkcja rosnąca, wykres przecina oś *Oy* nad osią *Ox*

c) funkcja malejąca, wykres przecina oś *Oy* nad osią *Ox*

d) funkcja rosnąca, wykres przecina oś *Oy* pod osią *Ox*

1 ____ 2 ____ 3 ____ 4 ____

Zadanie 2. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji liniowej *f*. Uzupełnij. ___ / 5 pkt



1. Wyraz wolny: b = _____
2. Współczynnik kierunkowy: a = _____
3. Wzór funkcji: $f(x)$ = _____
4. Miejsce zerowe: _____
5. $f(x) > 0$ dla $x \in$ _____

Zadanie 3. Wyznacz wzór funkcji liniowej f w każdym przypadku. a) Wykres przechodzi przez punkty (1, 4) i (3, 10). b) Wykres przechodzi przez punkty (−2, 5) i (6, 1). c) Wykres przecina oś Oy w punkcie (0, −3) i jest równoległy do wykresu funkcji $g(x) = 5x$. ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Funkcja liniowa $f(x) = (2m - 6)x + 1$ jest malejąca wtedy i tylko wtedy, gdy ___ / 1 pkt

A. $m < 3$ **B.** $m > 3$ **C.** $m < -3$ **D.** $m < 6$

Zadanie 5. Określ wzajemne położenie prostych. Jeśli się przecinają, oblicz współrzędne punktu wspólnego. a) $y = 3x - 2$ i $y = -x + 6$. b) $2x - y + 1 = 0$ i $y = 2x - 4$. c) $x + 2y - 4 = 0$ i $3x + 6y - 12 = 0$. ___ / 3 pkt

Zadanie 6. a) Zapisz równanie $4x + 2y - 6 = 0$ w postaci kierunkowej. b) Zapisz równanie $y = \frac{2}{3}x - 1$ w postaci ogólnej o współczynnikach całkowitych. c) Czy prostą $x = -2$ można opisać równaniem kierunkowym? Uzasadnij. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 5. Wykres funkcji liniowej f przechodzi przez punkty $A = (-1, 7)$ i $B = (3, -1)$. Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

___ / 2 pkt

1. Współczynnik kierunkowy funkcji f jest równy _____ .
2. Miejscem zerowym funkcji f jest liczba _____ .

Zadanie 6. Proste k: $y = -x + 7$ oraz l: $3x - 2y - 1 = 0$ przecinają się w punkcie P. Oblicz współrzędne punktu P. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Zadanie 7. Wypożyczalnia A pobiera za jazdę hulajnogą opłatę startową 4 zł i 0,60 zł za każdą minutę. Wypożyczalnia B pobiera 1,40 zł za każdą minutę, bez opłaty startowej. Zapisz wzory funkcji $K_A(t)$ i $K_B(t)$ opisujących koszt (w zł) jazdy trwającej t minut. Oblicz, przy jakim czasie jazdy koszty są równe. Ustal, która wypożyczalnia jest tańsza przy jeździe trwającej 20 minut. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 8. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Proste o równaniach $y = (m + 1)x - 3$ oraz $y = 4x + 2$ są równoległe dla

___ / 1 pkt

A. $m = -\frac{5}{4}$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = 4$ **D.** $m = -5$

PIERWSZA ŁAWKA

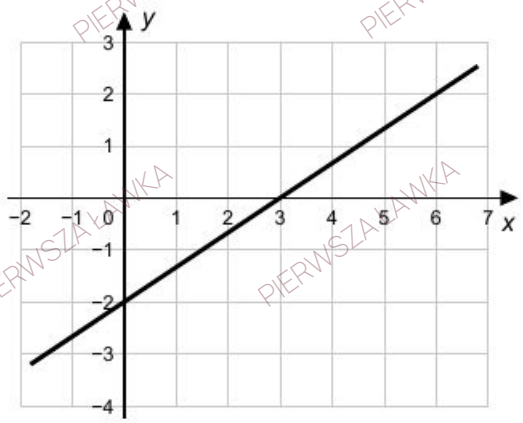
Sprawdzian: Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – grupa A

45 minut · 20 pkt

KARTA 8/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 20 pkt

Zadanie 1. Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji liniowej $f(x) = ax + b$.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Współczynniki a i b spełniają warunki ___ / 1 pkt



A. $a > 0$ i $b < 0$
B. $a < 0$ i $b > 0$
C. $a > 0$ i $b > 0$
D. $a < 0$ i $b < 0$

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Miejscem zerowym funkcji $f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$ jest liczba ___ / 1 pkt

A. 4
B. −6
C. $\frac{8}{3}$
D. 6

Zadanie 3. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Funkcja $f(x) = (5 - m)x + 2$ jest malejąca wtedy i tylko wtedy, gdy ___ / 1 pkt

A. $m < -5$
B. $m > 5$
C. $m < 5$
D. $m > -5$

Zadanie 4. Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -3x + 6$.
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Wykres funkcji f przechodzi przez punkt $(-1, 9)$.	**P**	**F**
2. Funkcja f przyjmuje wartości dodatnie wtedy i tylko wtedy, gdy $x > 2$.	**P**	**F**

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 5. Prosta k ma równanie $3x - y + 4 = 0$.
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. Współczynnik kierunkowy prostej k jest równy _____ .
2. Prosta równoległa do prostej k, przecinająca oś Oy w punkcie $(0, -6)$, ma równanie $y =$ _____ .

Zadanie 6. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Proste o równaniach $y = (3m + 2)x - 1$ oraz $y = -4x + 5$ są równoległe dla ___ / 1 pkt

A. $m = -2$ **B.** $m = 2$ **C.** $m = -\frac{2}{3}$ **D.** $m = -6$

Zadanie 7. Wykres funkcji liniowej f przechodzi przez punkty $A = (-3, 7)$ i $B = (6, 1)$. Wyznacz wzór funkcji f i oblicz jej miejsce zerowe. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 8. Proste k: $y = x - 2$ i l: $3x + y - 14 = 0$ przecinają się w punkcie P. Oblicz współrzędne punktu P. Sprawdź, czy punkt P leży na prostej m: $y = 3x - 9$. Zapisz obliczenia.
___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką, matematyka, klasa 1 LO i technikum (zakres...

Podgląd pokazał 9 z 29 stron. Pełna wersja: 29 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – najważniejsze wiadomości – 3 zadania, 9 pkt
- Karta 2: Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – ćwiczenia – 8 zadań, 24 pkt
- Karta 3: Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – zadania typu maturalnego – 8 zadań, 12 pkt
- Karta 4: Kartkówka 1: wzór i własności funkcji liniowej – grupa A – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 5: Kartkówka 1: wzór i własności funkcji liniowej – grupa B – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 6: Kartkówka 2: równanie prostej, równoległość, punkt wspólny – grupa A – 4 zadania, 7 pkt
- Karta 7: Kartkówka 2: równanie prostej, równoległość, punkt wspólny – grupa B – 4 zadania, 7 pkt
- Karta 8: Sprawdzian: Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – grupa A – 10 zadań, 20 pkt
- Karta 9: Sprawdzian: Funkcja liniowa i prosta w układzie współrzędnych – grupa B – 10 zadań, 20 pkt Karta 1 przypomina teorię i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-liceum-klasa-1-dzial-07-funkcja-liniowa-i-prosta-w-ukladzie-wspolrzednych