PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW DZIAŁOWY · MATEMATYKA · KLASA 3 LO I TECHNIKUM · ZAKRES ROZSZERZONY

Dział 13. Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony)

Granica funkcji w punkcie i w nieskończoności, granice jednostronne (ze znakiem), proste asymptoty, ciągłość, własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego, definicja pochodnej, interpretacja geometryczna (styczna) i fizyczna (prędkość chwilowa), pochodne potęgi o wykładniku rzeczywistym, sumy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej, równanie stycznej, badanie monotoniczności i ekstremów lokalnych, dowód nierówności pochodną. Dziewięć kart: teoria z przykładami, ćwiczenia, zadania typu maturalnego, dwie kartkówki (A i B) i sprawdzian (A i B) – z kluczem i zasadami oceniania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – najważniejsze wiadomości** Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka	3 zad. 10 pkt
2	**Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – ćwiczenia** Ćwiczę umiejętności z działu	8 zad. 29 pkt
3	**Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – zadania typu maturalnego** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	7 zad. 22 pkt
4	**Kartkówka 1: granice funkcji i ciągłość – grupa A** 15 minut · 9 pkt	4 zad. 9 pkt
5	**Kartkówka 1: granice funkcji i ciągłość – grupa B** 15 minut · 9 pkt	4 zad. 9 pkt
6	**Kartkówka 2: pochodna i styczna – grupa A** 15 minut · 8 pkt	3 zad. 8 pkt
7	**Kartkówka 2: pochodna i styczna – grupa B** 15 minut · 8 pkt	3 zad. 8 pkt
8	**Sprawdzian: Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – grupa A**	9 zad. 22 pkt

	45 minut · 22 pkt	
9	**Sprawdzian: Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – grupa B** 45 minut · 22 pkt	9 zad. 22 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości z działu i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku – od niej warto zacząć.
- Karta 2 to ćwiczenia, a karta 3 – zadania w formule matury 2027 (polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE).
- Karty 4–7 to dwie kartkówki (po 15 minut), każda w grupach A i B. Karty 8–9 to sprawdzian (45 minut) w grupach A i B – te same typy zadań i ta sama punktacja, inne liczby.
- Klucz na końcu zestawu zawiera odpowiedzi, przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE (kamienie milowe, błąd rachunkowy = −1 pkt).
- Osobny plik „Powtórka” zbiera definicje, wzory (z zaznaczeniem, które są w karcie wzorów CKE), typowe błędy i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: XIII.R1–XIII.R5 (w tle V.R2, II.R5, III.R1–III.R2, IX.2); cele ogólne I, II.2, III.1, IV.1, IV.3. Miejsce w seriach podręczników: NE ZPiR kl. 3 (Rachunek różniczkowy) · Pazdro ZR kl. 3 (Elementy analizy matematycznej) · GWO ZR kl. 4 (Granice funkcji, Pochodne). Nazwy wydawnictw i serii podano tylko informacyjnie – materiał nie jest z nimi powiązany. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

PIERWSZA ŁAWKA

Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – najważniejsze wiadomości

KARTA 1/9

Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Granica funkcji w punkcie.** Zapis $\lim_{x\to x_0} f(x) = g$ oznacza, że gdy argumenty $x \neq x_0$ zbliżają się do x_0, wartości $f(x)$ zbliżają się do liczby g. Wartość $f(x_0)$ nie ma znaczenia (funkcja nie musi być nawet określona w x_0). **Granice jednostronne:** $\lim_{x\to x_0^-}$ (argumenty mniejsze od x_0) i $\lim_{x\to x_0^+}$ (większe). Granica w punkcie istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy obie granice jednostronne istnieją i są równe.
- **Jak liczyć granicę w punkcie.** 1) Wyrażenie ma sens w x_0 – wstawiamy (twierdzenia o granicy sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu). 2) Symbol $\frac{0}{0}$ – skracamy: rozkład na czynniki (także $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$) albo mnożenie przez sprzężenie wyrażenia z pierwiastkiem. 3) Licznik dąży do liczby różnej od zera, mianownik do zera – granica jednostronna jest równa $+\infty$ albo $-\infty$; **znak ustalamy osobno** dla $x \to x_0^-$ i $x \to x_0^+$ (np. dla $x < 2$ mamy $x - 2 < 0$, więc mianownik dąży do 0^-).
- **Granice w nieskończoności.** $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^k} = 0$ i $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x^k} = 0$ dla $k > 0$. Iloraz wielomianów: dzielimy licznik i mianownik przez najwyższą potęgę x z mianownika. Stopień licznika mniejszy – granica 0; równe stopnie – iloraz współczynników przy najwyższych potęgach; stopień licznika większy – granica niewłaściwa.
- **Asymptoty (proste przypadki).** Jeżeli $\lim_{x\to a^-} f(x)$ lub $\lim_{x\to a^+} f(x)$ jest równa $\pm\infty$, to prosta $x = a$ jest asymptotą pionową wykresu. Jeżeli $\lim_{x\to+\infty} f(x) = b$ (lub $\lim_{x\to-\infty} f(x) = b$), to prosta $y = b$ jest asymptotą poziomą. Wykres funkcji wymiernej „przykleja się” do tych prostych.
- **Ciągłość.** Funkcja f jest ciągła w punkcie x_0 swojej dziedziny, gdy $\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$. Wielomiany, funkcje wymierne, pierwiastki, funkcje wykładnicze, logarytmiczne i trygonometryczne są ciągłe w swoich dziedzinach; suma, różnica, iloczyn, iloraz i złożenie funkcji ciągłych są ciągłe. Funkcję określoną „kilkoma wzorami” sprawdzamy w punktach sklejenia: obie granice jednostronne muszą być równe wartości funkcji.
- **Własność Darboux** (tylko do **uzasadniania istnienia** miejsca zerowego). Jeżeli funkcja f jest ciągła w przedziale $\langle a, b\rangle$ i $f(a) \cdot f(b) < 0$, to istnieje $c \in (a, b)$, dla którego $f(c) = 0$. Zapis dowodu: 1) f jest ciągła, bo… (np. jest wielomianem); 2) wartości na końcach przedziału i ich znaki; 3) wniosek z własności Darboux. Bez ciągłości wniosek jest fałszywy: $\frac{1}{x-2}$ zmienia znak w $(1, 3)$, a nie ma miejsca zerowego.

- **Definicja pochodnej.** $f'(x_0) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ (o ile ta granica istnieje i jest liczbą). Iloraz $\dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ to współczynnik kierunkowy siecznej przez punkty wykresu o odciętych x_0 i $x_0 + h$. **Interpretacja geometryczna:** $f'(x_0)$ to współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu w punkcie $(x_0, f(x_0))$. **Interpretacja fizyczna:** jeżeli $s(t)$ to położenie (droga) w chwili t, to $v(t) = s'(t)$ jest prędkością chwilową; podobnie natężenie prądu to pochodna ładunku po czasie.

Funkcja	Pochodna	Reguła	Wzór
x^a, $a \in \mathbb{R}$	$a \cdot x^{a-1}$	suma	$(f + g)' = f' + g'$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	iloczyn	$(f \cdot g)' = f'g + fg'$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	iloraz	$\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f'g - fg'}{g^2}$
c (stała)	0	złożenie	$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

- **Styczna.** Równanie stycznej do wykresu f w punkcie $(x_0, f(x_0))$: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ (jest w karcie wzorów). Styczna jest równoległa do prostej $y = ax + b$ wtedy i tylko wtedy, gdy $f'(x_0) = a$ – takich punktów może być kilka.
- **Monotoniczność i ekstrema.** Jeżeli $f'(x) > 0$ dla każdego x z przedziału, to f jest w nim rosnąca; $f'(x) < 0$ – malejąca (twierdzenie: funkcja ciągła w przedziale i różniczkowalna w jego wnętrzu jest niemalejąca wtedy i tylko wtedy, gdy $f'(x) \geq 0$). **Ekstremum lokalne** w x_0: $f'(x_0) = 0$ **i** pochodna zmienia znak (z „+" na „−" – maksimum, z „−" na „+" – minimum). Samo $f'(x_0) = 0$ nie wystarcza: dla $f(x) = x^3$ mamy $f'(0) = 0$, a funkcja jest rosnąca. Przedziały monotoniczności podajemy osobno – nie w sumie zbiorów.
- W karcie wzorów CKE są reguły różniczkowania (także funkcji złożonej), pochodne wybranych funkcji – m.in. x^a, $\dfrac{1}{x}$, $\sqrt{x}$, a także funkcji trygonometrycznych i wykładniczej (wykraczają poza wymaganie XIII.R4, więc w zadaniach z nich nie korzystamy) – i równanie stycznej. Nie ma w niej granic funkcji, definicji ciągłości, własności Darboux ani twierdzenia o monotoniczności – tego trzeba się nauczyć.

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. Oblicz $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$.

Po wstawieniu $x = 3$ otrzymujemy $\dfrac{0}{0}$ – rozkładamy: $\dfrac{(x-3)(x+1)}{(x-3)(x+3)} = \dfrac{x+1}{x+3}$ dla $x \neq 3$.

$\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x+1}{x+3} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

Przykład 2. Oblicz granice jednostronne funkcji $f(x) = \frac{x^2+5}{4-x^2}$ w punkcie 2 oraz granicę w $+\infty$. Podaj równania asymptot wykresu dla $x > 0$.

Licznik dąży do $9 > 0$. Dla $x > 2$ (blisko 2): $4 - x^2 < 0$, więc mianownik dąży do 0^- i $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = -\infty$. Dla $x < 2$: $4 - x^2 > 0$, więc $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2+5}{4-x^2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1 + \frac{5}{x^2}}{\frac{4}{x^2} - 1} = \frac{1}{-1} = -1$. Asymptoty: pionowa $x = 2$, pozioma $y = -1$.

Przykład 3. Wykaż, że równanie $x^3 - 4x + 1 = 0$ ma rozwiązanie w przedziale $(0, 1)$.

Niech $f(x) = x^3 - 4x + 1$. Funkcja f jest ciągła (wielomian). $f(0) = 1 > 0$,
$f(1) = 1 - 4 + 1 = -2 < 0$.
Z własności Darboux istnieje $c \in (0, 1)$, dla którego $f(c) = 0$, czyli równanie ma rozwiązanie w tym przedziale. To należało wykazać.

Przykład 4. Korzystając z definicji, oblicz pochodną funkcji $f(x) = x^2 + 3x$ w punkcie $x_0 = 1$.

$f(1) = 4$. $f(1 + h) - f(1) = (1 + h)^2 + 3(1 + h) - 4 = 1 + 2h + h^2 + 3 + 3h - 4 = h^2 + 5h$.
$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = h + 5$ dla $h \neq 0$, więc $f'(1) = \lim\limits_{h \to 0} (h + 5) = 5$. (Sprawdzenie wzorem: $f'(x) = 2x + 3$, $f'(1) = 5$.)

Przykład 5. Oblicz pochodne funkcji: a) $f(x) = (2x - 1)^5$, b) $g(x) = \sqrt{x^2 + 9}$, c) $h(x) = \frac{x+1}{x-2}$, d) $k(x) = x^2\sqrt{x}$ dla $x > 0$.

a) Funkcja złożona (zewnętrzna u^5, wewnętrzna $2x - 1$): $f'(x) = 5(2x - 1)^4 \cdot 2 = 10(2x - 1)^4$.

b) $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+9}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$.

c) $h'(x) = \frac{1 \cdot (x-2) - (x+1) \cdot 1}{(x-2)^2} = -\frac{3}{(x-2)^2}$ (pochodna ilorazu – **nie** iloraz pochodnych).

d) $k(x) = x^{\frac{5}{2}}$, więc $k'(x) = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} = \frac{5}{2}x\sqrt{x}$ (wzór na pochodną potęgi o wykładniku rzeczywistym).

Przykład 6. Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$. Napisz równanie stycznej do jej wykresu w punkcie o odciętej 0.

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x + 1)(x - 3)$. Miejsca zerowe pochodnej: -1 i 3.
$f'(x) > 0$ dla $x \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$, $f'(x) < 0$ dla $x \in (-1, 3)$.
f jest rosnąca w $(-\infty, -1\rangle$ i w $\langle 3, +\infty)$, malejąca w $\langle -1, 3\rangle$. Maksimum lokalne $f(-1) = 7$, minimum lokalne $f(3) = -25$.
Styczna w $x_0 = 0$: $f(0) = 2$, $f'(0) = -9$, więc $y = -9x + 2$.

Podgląd • Pierwsza Ławka

Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – ćwiczenia

KARTA **2/9**

Ćwiczę umiejętności z działu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 29 pkt

Zadanie 1. Oblicz granice. ___ / 6 pkt

1. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2-4}{x+2} =$ _____

2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{x-1} =$ _____

3. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4} =$ _____

4. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{3x^2-x}{2x^2+5} =$ _____

5. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{4x+1}{x^2+1} =$ _____

6. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(x+3)^2-9}{x} =$ _____

Zadanie 2. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$ dla $x \neq 3$. Oblicz $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$ oraz granice funkcji f w $-\infty$ i w $+\infty$. Podaj równania asymptot wykresu funkcji f. ___ / 3 pkt

Zadanie 3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Funkcja $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x-1}$ jest ciągła w każdym punkcie swojej dziedziny.	**P**	**F**
2. Jeżeli funkcja g jest ciągła w przedziale $\langle 0, 2\rangle$ oraz $g(0) = -1$ i $g(2) = 3$, to równanie $g(x) = 0$ ma rozwiązanie w przedziale $(0, 2)$.	**P**	**F**
3. Jeżeli $k(1) < 0$ i $k(3) > 0$, to funkcja k ma miejsce zerowe w przedziale $(1, 3)$.	**P**	**F**

Podgląd • Pierwsza Ławka

Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – zadania typu maturalnego

KARTA 3/9

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 22 pkt

Zadanie 1. Oblicz granicę $\lim\limits_{x \to 1^-} \frac{2x^2 + x - 3}{(x-1)^2}$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 2. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^3 - 6x + 2$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wykaż, że funkcja f ma co najmniej dwa miejsca zerowe w przedziale $(0, 3)$. ___ / 3 pkt

Zadanie 3. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 3$. Punkt P o pierwszej współrzędnej równej 4 należy do wykresu funkcji f. Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie P. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 1: granice funkcji i ciągłość – grupa A

KARTA **4/9**

15 minut · 9 pkt

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

Zadanie 1. Oblicz granice. ___ / 3 pkt

1. $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-25}{x-5} =$ _____

2. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x^3+x}{4x^3-7} =$ _____

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x} =$ _____

Zadanie 2. Granica $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{3}{x-2}$ jest równa ___ / 1 pkt

A. $-\infty$ **B.** $+\infty$ **C.** 0 **D.** 3

Zadanie 3. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+x-6}{x-2} \text{ dla } x \neq 2 \\ m \text{ dla } x = 2 \end{cases}$. Wyznacz wartość parametru m, dla której funkcja f jest ciągła w zbiorze $\mathbb{R}$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 4. Wykaż, że równanie $x^3 + 2x - 5 = 0$ ma rozwiązanie w przedziale $(1, 2)$. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 1: granice funkcji i ciągłość – grupa B

KARTA 5/9

15 minut · 9 pkt

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

Zadanie 1. Oblicz granice. ___ / 3 pkt

1. $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2-9}{x+3} =$ _____

2. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{6x^3-1}{2x^3+x^2} =$ _____

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} =$ _____

Zadanie 2. Granica $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{-2}{x-1}$ jest równa ___ / 1 pkt

A. $+\infty$ **B.** $-\infty$ **C.** -2 **D.** 0

Zadanie 3. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-2x-8}{x-4} \text{ dla } x \neq 4 \\ m \text{ dla } x = 4 \end{cases}$. Wyznacz wartość parametru m, dla której funkcja f jest ciągła w zbiorze $\mathbb{R}$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 4. Wykaż, że równanie $x^3 + 3x - 7 = 0$ ma rozwiązanie w przedziale $(1, 2)$. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 2: pochodna i styczna – grupa A

15 minut · 8 pkt

KARTA 6/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

Zadanie 1. Oblicz pochodne funkcji. ___ / 3 pkt

1. $f(x) = 2x^5 - 3x^2 + 7$, $f'(x) =$ _____
2. $g(x) = \frac{4}{x^2}$, $g'(x) =$ _____
3. $h(x) = (5x - 2)^3$, $h'(x) =$ _____

Zadanie 2. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{3x + 1}{x - 2}$ dla $x \neq 2$. Oblicz $f'(3)$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 3. Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$ w punkcie o pierwszej współrzędnej 2. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Sprawdzian: Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – grupa A

KARTA 8/9

45 minut · 22 pkt

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 22 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. ___ / 1 pkt

Granica $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{6x^2-5x}{3x^2+2}$ jest równa

A. 0 **B.** $+\infty$ **C.** 3 **D.** 2

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. ___ / 1 pkt

Pochodna funkcji $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$, określonej dla $x>0$, jest równa

A. $\frac{1}{2x\sqrt{x}}$ **B.** $-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$

C. $-\frac{2}{x\sqrt{x}}$ **D.** $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Zadanie 3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Funkcja $f(x)=x^3+3x$ jest rosnąca w zbiorze $\mathbb{R}$.	**P**	**F**
2. Jeżeli $g'(2)=0$, to funkcja g ma ekstremum lokalne w punkcie $x=2$.	**P**	**F**

Zadanie 4. Oblicz granicę $\lim\limits_{x\to3^+}\frac{x^2-x-6}{(x-3)^2}$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 5. Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=x^4-5x+1$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wykaż, że funkcja f ma co najmniej dwa miejsca zerowe w przedziale $(0, 2)$. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką,

Podgląd pokazał 11 z 35 stron. Pełna wersja: 35 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – najważniejsze wiadomości – 3 zadania, 10 pkt
- Karta 2: Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – ćwiczenia – 8 zadań, 29 pkt
- Karta 3: Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – zadania typu maturalnego – 7 zadań, 22 pkt
- Karta 4: Kartkówka 1: granice funkcji i ciągłość – grupa A – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 5: Kartkówka 1: granice funkcji i ciągłość – grupa B – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 6: Kartkówka 2: pochodna i styczna – grupa A – 3 zadania, 8 pkt
- Karta 7: Kartkówka 2: pochodna i styczna – grupa B – 3 zadania, 8 pkt
- Karta 8: Sprawdzian: Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – grupa A – 9 zadań, 22 pkt
- Karta 9: Sprawdzian: Granica i ciągłość funkcji, pochodna, monotoniczność, styczna (zakres rozszerzony) – grupa B – 9 zadań, 22 pkt Karta 1 przypomina teorię i pokazuje przykłady r

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-liceum-klasa-3-zr-dzial-13-granica-i-ciaglosc-funkcji-pochodna-monotonicz