PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW DZIAŁOWY · MATEMATYKA · KLASA 3 LO I TECHNIKUM · ZAKRES ROZSZERZONY

# Dział 11. Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony)

Miara łukowa, funkcje trygonometryczne dowolnego kąta, okresowość, wykresy sinusa, cosinusa i tangensa i ich przekształcenia, wzory redukcyjne, wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego, tożsamości, równania trygonometryczne w zbiorze liczb rzeczywistych i w przedziale (rozkład na czynniki, podstawienie, sprowadzenie do jednej funkcji). Dziewięć kart: teoria z przykładami, ćwiczenia, zadania typu maturalnego, dwie kartkówki (A i B) i sprawdzian (A i B) – z kluczem i zasadami oceniania.

| Karta | Temat | Zadania |
|---|---|---|
| 1 | **Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – najważniejsze wiadomości**<br>Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka | 4 zad.<br>11 pkt |
| 2 | **Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – ćwiczenia**<br>Ćwiczę umiejętności z działu | 8 zad.<br>26 pkt |
| 3 | **Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – zadania typu maturalnego**<br>Polecenia i punktacja jak na maturze 2027 | 7 zad.<br>24 pkt |
| 4 | **Kartkówka 1: miara łukowa, wartości funkcji, wzory redukcyjne – grupa A**<br>15 minut · 10 pkt | 4 zad.<br>10 pkt |
| 5 | **Kartkówka 1: miara łukowa, wartości funkcji, wzory redukcyjne – grupa B**<br>15 minut · 10 pkt | 4 zad.<br>10 pkt |
| 6 | **Kartkówka 2: równania trygonometryczne – grupa A**<br>15 minut · 8 pkt | 3 zad.<br>8 pkt |
| 7 | **Kartkówka 2: równania trygonometryczne – grupa B**<br>15 minut · 8 pkt | 3 zad.<br>8 pkt |
| 8 | **Sprawdzian: Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – grupa A**<br>45 minut · 22 pkt | 9 zad.<br>22 pkt |
| 9 | **Sprawdzian: Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – grupa B**<br>45 minut · 22 pkt | 9 zad.<br>22 pkt |

**JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU**

- Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości z działu i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku – od niej warto zacząć.
- Karta 2 to ćwiczenia, a karta 3 – zadania w formule matury 2027 (polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE).
- Karty 4–7 to dwie kartkówki (po 15 minut), każda w grupach A i B. Karty 8–9 to sprawdzian (45 minut) w grupach A i B – te same typy zadań i ta sama punktacja, inne liczby.
- Klucz na końcu zestawu zawiera odpowiedzi, przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE (kamienie milowe, błąd rachunkowy = −1 pkt).
- Osobny plik „Powtórka" zbiera definicje, wzory (z zaznaczeniem, które są w karcie wzorów CKE), typowe błędy i test „Sprawdź się".

Materiał oryginalny. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: VII.R1–VII.R6; także VII.1–VII.2, V.12, V.R1; cele ogólne I, IV.3, IV.4; dowody PR pkt 5. Miejsce w seriach podręczników: NE ZPiR kl. 3 (Funkcje trygonometryczne) · Pazdro ZR kl. 3 (Trygonometria) · GWO ZR kl. 3 (Funkcje trygonometryczne). Nazwy wydawnictw i serii podano tylko informacyjnie – materiał nie jest z nimi powiązany. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

PIERWSZA ŁAWKA

# Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – najważniejsze wiadomości

Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka

KARTA 1/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 11 pkt

## PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Miara łukowa.** Kąt o mierze 1 radiana to kąt środkowy oparty na łuku, którego długość jest równa promieniowi okręgu. Kąt pełny ma $2\pi$ radianów, czyli $180° = \pi$ rad. Stopnie zamieniamy na radiany, mnożąc przez $\frac{\pi}{180}$, a radiany na stopnie – mnożąc przez $\frac{180}{\pi}$. Przykłady: $30° = \frac{\pi}{6}$, $135° = \frac{3\pi}{4}$, $1 \text{ rad} \approx 57{,}3°$. Oznaczenie „rad” zwykle pomijamy.
- **Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta.** Kąt skierowany $\alpha$ ma wierzchołek w punkcie $O = (0, 0)$ i ramię początkowe na dodatniej półosi $Ox$ (kąt dodatni odmierzamy przeciwnie do ruchu wskazówek zegara). Jeśli punkt $P = (x, y) \neq O$ leży na ramieniu końcowym i $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, to $\sin\alpha = \frac{y}{r}$, $\cos\alpha = \frac{x}{r}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}$ (dla $x \neq 0$). Znaki: w I ćwiartce wszystkie funkcje są dodatnie, w II – tylko sinus, w III – tylko tangens, w IV – tylko cosinus.
- **Okresowość.** Dla każdej liczby całkowitej $k$: $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$, $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$, $\operatorname{tg}(x + k\pi) = \operatorname{tg} x$. Okres podstawowy sinusa i cosinusa to $2\pi$, tangensa – $\pi$. Funkcje $y = \sin(ax)$ i $y = \cos(ax)$ mają okres podstawowy $\frac{2\pi}{|a|}$, a funkcja $y = \operatorname{tg}(ax)$ – okres $\frac{\pi}{|a|}$ (dla $a \neq 0$). Przykład: $y = \sin 3x$ ma okres $\frac{2\pi}{3}$.

| | $y = \sin x$ | $y = \cos x$ | $y = \operatorname{tg} x$ |
|---|---|---|---|
| **dziedzina** | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ | $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ |
| **zbiór wartości** | $\langle -1, 1 \rangle$ | $\langle -1, 1 \rangle$ | $\mathbb{R}$ |
| **miejsca zerowe ($k \in \mathbb{Z}$)** | $k\pi$ | $\frac{\pi}{2} + k\pi$ | $k\pi$ |
| **okres podstawowy** | $2\pi$ | $2\pi$ | $\pi$ |
| **parzystość** | nieparzysta: $\sin(-x) = -\sin x$ | parzysta: $\cos(-x) = \cos x$ | nieparzysta: $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$ |
| **wartość największa** | 1 dla $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ | 1 dla $x = 2k\pi$ | brak; asymptoty pionowe $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ |

- **Przekształcenia wykresów.** Wykres $y = f(x - p) + q$ powstaje z wykresu $y = f(x)$ przez przesunięcie o $p$ jednostek w poziomie i o $q$ w pionie; $y = -f(x)$ – przez symetrię względem osi $Ox$; $y = f(-x)$ – przez symetrię względem osi $Oy$. Dla $a > 0$ funkcja $y = a\sin x + b$ ma zbiór wartości $\langle b - a, b + a \rangle$. Przykład: $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x$ – przesunięty w prawo wykres sinusa to odbity wykres cosinusa.
- **Wzory redukcyjne** (są w karcie wzorów). Reguła: dla kątów $\pi \pm \alpha$ i $2\pi - \alpha$ nazwa funkcji się nie zmienia, dla $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ i $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$ sinus zmienia się na cosinus i odwrotnie. Znak wyniku to znak funkcji wyjściowej w ćwiartce, w której leży kąt, gdy $\alpha$ jest ostry. Przykłady: $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$, $\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$, $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos\alpha$, $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$, $\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\sin\alpha$.

Podgląd • Pierwsza Ławka

- **Wzory na sumę i różnicę kątów** (karta wzorów): $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$, $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$, $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$. **Kąt podwojony:** $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$. Uwaga: $\sin 2\alpha \neq 2\sin\alpha$ oraz $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) \neq \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta$.
- **Równania elementarne** ($k \in \mathbb{Z}$). $\sin x = m$, $|m| \leq 1$: $x = x_0 + 2k\pi$ lub $x = \pi - x_0 + 2k\pi$, gdzie $\sin x_0 = m$. $\cos x = m$, $|m| \leq 1$: $x = x_0 + 2k\pi$ lub $x = -x_0 + 2k\pi$. $\operatorname{tg} x = m$: $x = x_0 + k\pi$. Szczególne przypadki: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$, $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$. Gdy $|m| > 1$, równania $\sin x = m$ i $\cos x = m$ nie mają rozwiązań.
- **Metody rozwiązywania.** 1) Rozkład na czynniki: przenosimy wszystko na jedną stronę i wyłączamy wspólny czynnik. **Nie dzielimy** przez $\sin x$ ani $\cos x$ – gubimy rozwiązania (CKE: dzielenie bez zapisu, że dzielnik jest różny od zera – co najwyżej 3 punkty). 2) Podstawienie $t = \sin x$ (albo $t = \cos x$) z warunkiem $|t| \leq 1$. 3) Sprowadzenie do jednej funkcji: jedynka trygonometryczna, $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ itd. 4) Równanie w przedziale: zapisz serie w $\mathbb{R}$, podstaw kolejne $k$ i wybierz liczby z przedziału. Po podniesieniu do kwadratu zawsze sprawdź rozwiązania.
- W karcie wzorów CKE są: definicje, wykresy, wartości dla kątów 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, tożsamości, wzory redukcyjne, wzory na sumę i różnicę kątów oraz na kąt podwojony, sumy i różnice sinusów i cosinusów, tablica wartości (kąty także w radianach). Serie rozwiązań równań elementarnych i zamianę stopni na radiany musisz umieć sam.

**PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM**

**Przykład 1. Oblicz $\sin\frac{7\pi}{6}$, $\cos\frac{7\pi}{4}$ i $\operatorname{tg}\frac{2\pi}{3}$.**

$\frac{7\pi}{6} = \pi + \frac{\pi}{6}$ – III ćwiartka, sinus ujemny: $\sin\frac{7\pi}{6} = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$.

$\frac{7\pi}{4} = 2\pi - \frac{\pi}{4}$ – IV ćwiartka, cosinus dodatni: $\cos\frac{7\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\frac{2\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3}$ – II ćwiartka, tangens ujemny: $\operatorname{tg}\frac{2\pi}{3} = -\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$.

**Przykład 2. Kąt $\alpha$ należy do przedziału $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ i $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Oblicz $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ i $\operatorname{tg}(\alpha + \frac{\pi}{4})$.**

Kąt leży w II ćwiartce, więc $\cos\alpha < 0$: $\cos\alpha = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}$ i $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{4}$.

$\sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot (-\frac{4}{5}) = -\frac{24}{25}$, $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$.

$\operatorname{tg}(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + 1}{1 - \operatorname{tg}\alpha} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{1}{7}$ (bo $\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = 1$).

**Przykład 3. Rozwiąż równanie $\sin 2x = \sqrt{3}\cos x$.**

$2\sin x\cos x - \sqrt{3}\cos x = 0$, czyli $\cos x(2\sin x - \sqrt{3}) = 0$.

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$; $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ lub $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$.

Gdybyśmy podzielili obie strony przez $\cos x$, zgubilibyśmy całą serię $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

**Przykład 4. Rozwiąż równanie $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi\rangle$.**

Z jedynki: $2(1 - \sin^2 x) + 3\sin x - 3 = 0$, czyli $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$.

Podstawiamy $t = \sin x$, $t \in \langle -1, 1\rangle$: $2t^2 - 3t + 1 = 0$, $\Delta = 1$, $t = 1$ lub $t = \frac{1}{2}$ – obie wartości są dopuszczalne.

$\sin x = 1$: $x = \frac{\pi}{2}$; $\sin x = \frac{1}{2}$: $x = \frac{\pi}{6}$ lub $x = \frac{5\pi}{6}$. Odpowiedź: $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}$.

**Przykład 5. Rozwiąż równanie tg $2x = -1$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.**

$2x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$, więc $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ (okres też dzielimy przez 2).

$k = 0$: $-\frac{\pi}{8}$ – poza przedziałem; $k = 1$: $\frac{3\pi}{8}$; $k = 2$: $\frac{7\pi}{8}$; $k = 3$: $\frac{11\pi}{8} > \pi$.

Odpowiedź: $\frac{3\pi}{8}$ i $\frac{7\pi}{8}$.

## ZADANIA

**Zadanie 1. Zamień miary kątów.** ___ / 4 pkt

1. 150° = _____ rad
2. 36° = _____ rad
3. $\frac{7\pi}{12}$ rad = _____
4. $\frac{5\pi}{3}$ rad = _____

**Zadanie 2. Liczba $\cos\frac{4\pi}{3}$ jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** $-\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Zadanie 3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).** ___ / 3 pkt

| | | |
|---|---|---|
| 1. $\sin(-\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$ | **P** | **F** |
| 2. Okres podstawowy funkcji $y = \operatorname{tg} x$ jest równy $2\pi$. | **P** | **F** |
| 3. Równanie $\cos x = 1{,}2$ nie ma rozwiązań. | **P** | **F** |

**Zadanie 4. Uzupełnij.** ___ / 3 pkt

1. Zbiór wartości funkcji $y = 3\sin x$: _____
2. Okres podstawowy funkcji $y = \cos 4x$: _____
3. Miejsca zerowe funkcji $y = \sin x$: $x =$ _____, gdzie $k \in \mathbb{Z}$

PIERWSZA ŁAWKA

# Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – ćwiczenia

Ćwiczę umiejętności z działu

KARTA 2/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 26 pkt

**Zadanie 1. Dopasuj do każdej liczby (1–4) jej wartość (a–e). Jedna wartość nie pasuje do żadnej liczby.**

___ / 4 pkt

1. $\sin\frac{11\pi}{6}$
2. $\cos\frac{5\pi}{6}$
3. $\operatorname{tg}\frac{5\pi}{4}$
4. $\sin\frac{3\pi}{2}$

a) $-1$

b) $-\frac{1}{2}$

c) $1$

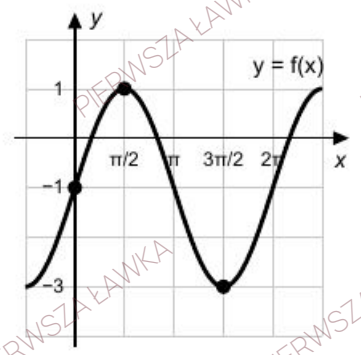
d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

1 ____ 2 ____ 3 ____ 4 ____

**Zadanie 2. Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji $f(x) = a\sin x + b$. Zaznaczone punkty wykresu mają współrzędne $(0, -1)$, $(\frac{\pi}{2}, 1)$ i $(\frac{3\pi}{2}, -3)$. Uzupełnij.**

___ / 5 pkt




1. $a$ = _____
2. $b$ = _____
3. Zbiór wartości funkcji $f$: _____
4. Okres podstawowy funkcji $f$: _____
5. Liczba rozwiązań równania $f(x) = 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi)$: _____

**Zadanie 3. a) Uprość wyrażenie $\sin(\pi - \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) + \operatorname{tg}(\pi + \alpha) \cdot \cos\alpha$, gdzie $\cos\alpha \neq 0$.**

**b) Oblicz $\cos\frac{29\pi}{6}$.**

___ / 3 pkt

# Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – zadania typu maturalnego

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

KARTA 3/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 24 pkt

**Zadanie 1. Kąt α należy do przedziału $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ i $\operatorname{tg}\alpha = -2$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin\alpha - \cos\alpha$. Zapisz obliczenia.** ___ / 2 pkt

**Zadanie 2. Rozwiąż równanie $\cos 2x = 3\cos x - 2$. Zapisz obliczenia.** ___ / 3 pkt

**Zadanie 3. Rozwiąż równanie $\sin 3x\cos x - \cos 3x\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ w przedziale $\langle 0, 2\pi)$. Zapisz obliczenia.** ___ / 4 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

# Kartkówka 1: miara łukowa, wartości funkcji, wzory redukcyjne – grupa A

15 minut · 10 pkt

KARTA 4/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

**Zadanie 1. Zamień miary kątów.** ___ / 3 pkt

1. $240° =$ _____ rad
2. $\frac{5\pi}{18}$ rad = _____
3. $\frac{11\pi}{6}$ rad = _____

**Zadanie 2. Liczba $\cos\frac{13\pi}{4}$ jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** $-\frac{1}{2}$ **B.** $1$ **C.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Zadanie 3. Uprość, korzystając ze wzorów redukcyjnych.** ___ / 3 pkt

1. $\sin(\pi + \alpha) =$ _____
2. $\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) =$ _____
3. $\operatorname{tg}(2\pi - \alpha) =$ _____

**Zadanie 4. Kąt $\alpha$ należy do przedziału $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ i $\operatorname{tg}\alpha = 2$. Oblicz $\sin\alpha$ i $\cos\alpha$. Zapisz obliczenia.** ___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

# Sprawdzian: Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – grupa A

45 minut · 22 pkt

KARTA 8/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 22 pkt

**Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

**Liczba tg $\frac{11\pi}{4}$ jest równa**

___ / 1 pkt

**A.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $1$ **C.** $-1$ **D.** $-\sqrt{3}$

**Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

**Zbiorem wartości funkcji $f(x) = 3\cos x - 1$ jest przedział**

___ / 1 pkt

**A.** $\langle -1, 3\rangle$ **B.** $\langle -3, 3\rangle$

**C.** $\langle -2, 4\rangle$ **D.** $\langle -4, 2\rangle$

**Zadanie 3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

___ / 1 pkt

| | | |
|---|---|---|
| 1. Funkcja $f(x) = \sin 4x$ ma okres podstawowy $\frac{\pi}{2}$. | **P** | **F** |
| 2. Wykres funkcji $y = \cos(-x)$ pokrywa się z wykresem funkcji $y = -\cos x$. | **P** | **F** |

**Zadanie 4. Oblicz dokładną wartość cos 75°. Zapisz obliczenia.**

___ / 2 pkt

**Zadanie 5. Kąt α należy do przedziału $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ i $\sin\alpha = \frac{12}{13}$. Oblicz sin 2α i cos 2α. Zapisz obliczenia.**

___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

# Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką, matematyka,

Podgląd pokazał 9 z 29 stron. Pełna wersja: 29 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – najważniejsze wiadomości – 4 zadania, 11 pkt
- Karta 2: Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – ćwiczenia – 8 zadań, 26 pkt
- Karta 3: Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – zadania typu maturalnego – 7 zadań, 24 pkt
- Karta 4: Kartkówka 1: miara łukowa, wartości funkcji, wzory redukcyjne – grupa A – 4 zadania, 10 pkt
- Karta 5: Kartkówka 1: miara łukowa, wartości funkcji, wzory redukcyjne – grupa B – 4 zadania, 10 pkt
- Karta 6: Kartkówka 2: równania trygonometryczne – grupa A – 3 zadania, 8 pkt
- Karta 7: Kartkówka 2: równania trygonometryczne – grupa B – 3 zadania, 8 pkt
- Karta 8: Sprawdzian: Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – grupa A – 9 zadań, 22 pkt
- Karta 9: Sprawdzian: Funkcje trygonometryczne i równania trygonometryczne (zakres rozszerzony) – grupa B – 9 zadań, 22 pkt Karta 1 przypomina teorię i pokazuje przykłady rozwiązane

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-liceum-klasa-3-zr-dzial-11-funkcje-trygonometryczne-i-rownania-trygonome