PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW DZIAŁOWY · MATEMATYKA · KLASA 1 LO I TECHNIKUM · ZAKRES PODSTAWOWY

Dział 2. Logarytmy

Definicja logarytmu, logarytm dziesiętny, logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi, obliczanie wartości wyrażeń, wyrażanie logarytmów przez dany logarytm, zastosowanie (skala pH), dowód niewymierności logarytmu. Dziewięć kart: teoria z przykładami, ćwiczenia, zadania typu maturalnego, dwie kartkówki (A i B) i sprawdzian (A i B) – z kluczem i zasadami oceniania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Logarytmy – najważniejsze wiadomości** Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka	3 zad. 10 pkt
2	**Logarytmy – ćwiczenia** Ćwiczę umiejętności z działu	6 zad. 17 pkt
3	**Logarytmy – zadania typu maturalnego** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	7 zad. 10 pkt
4	**Kartkówka 1: definicja logarytmu – grupa A** 15 minut · 7 pkt	3 zad. 7 pkt
5	**Kartkówka 1: definicja logarytmu – grupa B** 15 minut · 7 pkt	3 zad. 7 pkt
6	**Kartkówka 2: własności logarytmów – grupa A** 15 minut · 7 pkt	3 zad. 7 pkt
7	**Kartkówka 2: własności logarytmów – grupa B** 15 minut · 7 pkt	3 zad. 7 pkt
8	**Sprawdzian: Logarytmy – grupa A** 45 minut · 20 pkt	9 zad. 20 pkt
9	**Sprawdzian: Logarytmy – grupa B** 45 minut · 20 pkt	9 zad. 20 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości z działu i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku – od niej warto zacząć.
- Karta 2 to ćwiczenia, a karta 3 – zadania w formule matury 2027 (polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE).

- Karty 4–7 to dwie kartkówki (po 15 minut), każda w grupach A i B. Karty 8–9 to sprawdzian (45 minut) w grupach A i B – te same typy zadań i ta sama punktacja, inne liczby.
- Klucz na końcu zestawu zawiera odpowiedzi, przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE (kamienie milowe, błąd rachunkowy = −1 pkt).
- Osobny plik „Powtórka” zbiera definicje, wzory (z zaznaczeniem, które są w karcie wzorów CKE), typowe błędy i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: I.1, I.9; cele ogólne I, IV.1; dowody PP pkt 2 i 4. Miejsce w seriach podręczników: NE kl. 1 · Pazdro kl. 1 · GWO kl. 1 (powrót przy funkcji logarytmicznej: NE kl. 3, Pazdro kl. 4). Nazwy wydawnictw i serii podano tylko informacyjnie – materiał nie jest z nimi powiązany. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

PIERWSZA ŁAWKA

Logarytmy – najważniejsze wiadomości

Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka

KARTA 1/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Definicja.** Dla $a > 0$, $a \neq 1$ i $b > 0$: $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$. Liczbę a nazywamy **podstawą**, a b – **liczbą logarytmowaną**.
- Logarytm dziesiętny zapisujemy bez podstawy: $\log b = \log_{10} b$, np. $\log 1000 = 3$, bo $10^3 = 1000$.
- Zawsze: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$, $\log_a a^c = c$ oraz $a^{\log_a b} = b$.
- **Logarytm iloczynu i ilorazu** (dla $x > 0$, $y > 0$): $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$, $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.
- **Logarytm potęgi** (dla $x > 0$): $\log_a x^k = k \cdot \log_a x$ – liczbę k „wyciągamy” przed logarytm (i odwrotnie: $2\log_5 10 = \log_5 100$).
- **Nie ma wzoru** na $\log_a (x + y)$ ani na $\log_a x \cdot \log_a y$. Logarytm liczby ujemnej lub zera nie istnieje.
- Wzory z definicji i własności logarytmów są w „Wybranych wzorach matematycznych” CKE (dział 3). Wzór na zamianę podstawy obowiązuje tylko w zakresie rozszerzonym.

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. Oblicz $\log_2 32 + \log_3 \frac{1}{9}$.

$\log_2 32 = 5$, bo $2^5 = 32$. $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, bo $3^{-2} = \frac{1}{9}$. Suma: $5 + (-2) = 3$.

Przykład 2. Oblicz $\log_6 4 + \log_6 9$.

Żaden składnik nie jest „ładny”, ale suma logarytmów o tej samej podstawie to logarytm iloczynu:

$\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 (4 \cdot 9) = \log_6 36 = 2$, bo $6^2 = 36$.

Przykład 3. Oblicz $2\log_5 10 - \log_5 4$.

Najpierw liczbę 2 wprowadzamy do logarytmu: $2\log_5 10 = \log_5 10^2 = \log_5 100$.

Potem różnica: $\log_5 100 - \log_5 4 = \log_5 \frac{100}{4} = \log_5 25 = 2$.

Przykład 4. Wyznacz liczbę x, dla której $\log_x 49 = 2$.

Z definicji: $x^2 = 49$, przy czym podstawa musi spełniać $x > 0$ i $x \neq 1$. Zatem $x = 7$ ($x = -7$ odrzucamy).

Logarytmy – ćwiczenia

Ćwiczę umiejętności z działu

KARTA 2/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 17 pkt

Zadanie 1. Oblicz, korzystając z własności logarytmów. ___ / 6 pkt

1. $\log_6 3 + \log_6 12 =$ _____
2. $\log_2 40 - \log_2 5 =$ _____
3. $\log_3 18 - \log_3 2 =$ _____
4. $3\log_2 4 =$ _____
5. $\log 25 + \log 4 =$ _____
6. $\log_5 75 - \log_5 3 =$ _____

Zadanie 2. Liczba $\log_7 686 - \log_7 2$ jest równa ___ / 1 pkt

A. 3 **B.** 2 **C.** 343 **D.** $\log_7 684$

Zadanie 3. Wyznacz liczbę *x*. a) $\log_x 81 = 4$ b) $\log_2 x = -3$ c) $\log_x \frac{1}{25} = -2$ ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. $\log_2 (8 + 8) = \log_2 8 + \log_2 8$	**P**	**F**
2. $\log_3 9^5 = 10$	**P**	**F**
3. $\log 2 + \log 5 = 1$	**P**	**F**

Zadanie 5. Wiadomo, że $\log_2 3 = a$. Wyraź $\log_2 18$ za pomocą *a*. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Logarytmy – zadania typu maturalnego

KARTA 3/9

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba $\log_5 125 - \log_5 5$ jest równa ___ / 1 pkt

A. 25 **B.** 2 **C.** $\log_5 120$ **D.** 3

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba $2\log_3 6 - \log_3 4$ jest równa ___ / 1 pkt

A. 1 **B.** 3 **C.** $\log_3 8$ **D.** 2

Zadanie 3. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba $\log_4 8$ jest równa ___ / 1 pkt

A. 2 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Zadanie 4. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. $\log_2 0{,}5 = -1$	**P**	**F**
2. $\log_9 3 = 2$	**P**	**F**

Zadanie 5. Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. Liczba $\log_2 16$ jest równa _____.
2. Jeżeli $\log_3 x = 4$, to $x =$ _____ .

Zadanie 6. Oblicz wartość wyrażenia $\log_2 20 + \log_2 12 - \log_2 15$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

Sprawdzian: Logarytmy – grupa A

45 minut · 20 pkt

KARTA 8/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 20 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba $\log_2 48 - \log_2 3$ jest równa ___ / 1 pkt

A. 16 **B.** $\log_2 45$ **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba $\log_5 \sqrt{5}$ jest równa ___ / 1 pkt

A. $\sqrt{5}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 5 **D.** 2

Zadanie 3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. $\log_7 1 = 0$	**P**	**F**
2. $\log_2 (-8) = -3$	**P**	**F**

Zadanie 4. Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. $\log_{\frac{1}{3}} 9 =$ _____ .

2. Jeżeli $\log_x 125 = 3$, to $x =$ _____ .

Zadanie 5. Oblicz. ___ / 4 pkt

1. $\log_3 18 + \log_3 \frac{1}{2} =$ _____

2. $\log 8 + \log 125 =$ _____

3. $3\log_6 2 + \log_6 27 =$ _____

4. $\log_4 128 - \log_4 2 =$ _____

Zadanie 6. Oblicz wartość wyrażenia $\log_3 54 + \log_3 6 - 2\log_3 2$. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

Sprawdzian: Logarytmy – grupa B

45 minut · 20 pkt

KARTA 9/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 20 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba $\log_3 162 - \log_3 2$ jest równa ___ / 1 pkt

A. 3 **B.** 81 **C.** 4 **D.** $\log_3 160$

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba $\log_7 \sqrt{7}$ jest równa ___ / 1 pkt

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 7 **C.** 2 **D.** $\sqrt{7}$

Zadanie 3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. $\log_5 5 = 1$	**P**	**F**
2. $\log_3 (-27) = -3$	**P**	**F**

Zadanie 4. Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. $\log_{\frac{1}{2}} 16 =$ _____ .

2. Jeżeli $\log_x 10\,000 = 4$, to $x =$ _____ .

Zadanie 5. Oblicz. ___ / 4 pkt

1. $\log_2 12 + \log_2 \frac{2}{3} =$ _____

2. $\log 20 + \log 5 =$ _____

3. $2\log_6 3 + \log_6 24 =$ _____

4. $\log_9 243 - \log_9 3 =$ _____

Zadanie 6. Oblicz wartość wyrażenia $\log_2 24 + \log_2 10 - \log_2 15$. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Logarytmy – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką, matematyka, klasa 1 LO i technikum (zakres podstawowy)

Podgląd pokazał 7 z 22 stron. Pełna wersja: 22 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Logarytmy – najważniejsze wiadomości – 3 zadania, 10 pkt
- Karta 2: Logarytmy – ćwiczenia – 6 zadań, 17 pkt
- Karta 3: Logarytmy – zadania typu maturalnego – 7 zadań, 10 pkt
- Karta 4: Kartkówka 1: definicja logarytmu – grupa A – 3 zadania, 7 pkt
- Karta 5: Kartkówka 1: definicja logarytmu – grupa B – 3 zadania, 7 pkt
- Karta 6: Kartkówka 2: własności logarytmów – grupa A – 3 zadania, 7 pkt
- Karta 7: Kartkówka 2: własności logarytmów – grupa B – 3 zadania, 7 pkt
- Karta 8: Sprawdzian: Logarytmy – grupa A – 9 zadań, 20 pkt
- Karta 9: Sprawdzian: Logarytmy – grupa B – 9 zadań, 20 pkt Karta 1 przypomina teorię i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/matematyka-liceum-klasa-1-dzial-02-logarytmy