PIERWSZA ŁAWKA · NAJCZĘSTSZE ZADANIA MATURALNE · PR · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM ROZSZERZONY

E. Ciągi, szeregi i granice

Ciąg arytmetyczny i geometryczny w jednym zadaniu (warunki na wyrazy, suma n wyrazów, dwa przypadki), trzy kolejne wyrazy z niewiadomą, szereg geometryczny: warunek zbieżności, suma z warunków na wyrazy, szereg w kontekście figur (obwody i pola, skala k i k²), granice ciągów (suma w liczniku, potęgi, sprzężenie, twierdzenie o trzech ciągach), ciąg rekurencyjny sprowadzany do geometrycznego. Sześć kart: wzorcowe rozwiązania i zasady oceniania CKE, trening, zadania na poziomie matury, zadania trudniejsze i test w grupach A i B – z kluczem i schematami punktowania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Ciągi, szeregi i granice – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE** Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka	4 zad. 11 pkt
2	**Ciągi, szeregi i granice – trening** Zadania krok po kroku	8 zad. 20 pkt
3	**Ciągi, szeregi i granice – zadania na poziomie matury** Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026	6 zad. 21 pkt
4	**Ciągi, szeregi i granice – zadania trudniejsze** Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu	5 zad. 18 pkt
5	**Test: Ciągi, szeregi i granice – grupa A** 50 minut · 17 pkt	5 zad. 17 pkt
6	**Test: Ciągi, szeregi i granice – grupa B** 50 minut · 17 pkt	5 zad. 17 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe, typowe uwagi w zasadach oceniania) oraz wzorcowe rozwiązania krok po kroku.
- Karty 2–4 prowadzą od treningu, przez zadania na poziomie matury, do zadań trudniejszych.
- Karty 5 i 6 to równoległy test (grupa A i B) z punktacją jak na maturze.
- Klucz zawiera odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania w stylu CKE 2026.
- Osobny plik „Powtórka" zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy z sprawozdań CKE i test „Sprawdź się".

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: VI.1–VI.7, VI.R1–VI.R2 (+ VIII.8–VIII.10, III.R7); cele ogólne II, III.2, IV.3. Częstość na maturze: ciągi (szereg geometryczny albo ciąg arytmetyczny i geometryczny razem) – w 4 z 4 arkuszy majowych PR 2023–2026, zawsze 4 pkt (16 pkt), w 2 arkuszach

Ciągi, szeregi i granice – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE

KARTA 1/6

Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 11 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Gdzie w arkuszu.** Zadanie z ciągów za 4 pkt było w każdym arkuszu rozszerzonym 2023–2026: szereg geometryczny (2023 – figury, 2025 – warunki na wyrazy) albo ciąg arytmetyczny i geometryczny razem (2024, 2026). Poziom wykonania: 39%, 42%, 46%, 56%. Granica ciągu za 2 pkt otwierała arkusz 2026 (40%) – razem z granicą funkcji w 2024 r. to typowe „krótkie” zadanie.
- **Wzory z karty.** Arytmetyczny: $a_n = a_1 + (n-1)r$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)r}{2} \cdot n$.

  Geometryczny: $a_n = a_1 q^{n-1}$, $S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$ dla $q \neq 1$. Szereg geometryczny jest zbieżny wtedy i tylko wtedy, gdy $|q| < 1$ (albo $a_1 = 0$), i wtedy $S = \frac{a_1}{1-q}$. **Trzy kolejne wyrazy** a, b, c: arytmetyczny $\Leftrightarrow 2b = a + c$, geometryczny $\Leftrightarrow b^2 = ac$ (tego warunku nie ma w karcie).

Pkt	Ciąg arytmetyczny + geometryczny (jak 2024, 2026)	Szereg geometryczny (jak 2023, 2025)
1	jedno równanie z a_1 i r (np. warunek $b^2 = ac$)	bok (wyraz) drugiej figury albo równanie z jedną niewiadomą
2	wyrazy zależne od jednej niewiadomej; odrzucenie ciągu stałego	iloraz q (z uzasadnieniem) albo dwie wartości wyrazu
3	równanie z jedną niewiadomą i jego rozwiązanie (różnica, liczba wyrazów)	zapis sumy szeregu, sprawdzenie $\|q\| < 1$
4	wynik (suma, wyrazy)	wynik – dokładny, bez przybliżeń

- **Uwagi z zasad oceniania.** Pomylenie ciągu arytmetycznego z geometrycznym – 0 pkt. Błędny wzór na n-ty wyraz – co najwyżej 2 pkt. Odgadnięta różnica sprawdzona bez uzasadnienia, że jest jedyna – co najwyżej 2 pkt, przyjęta bez sprawdzenia – 0 pkt. Wzór na sumę szeregu zastosowany dla $|q| \geq 1$ – co najwyżej 3 pkt. Odrzucenie ilorazu $|q| > 1$ wystarczy krótko skomentować. „Rozważ wszystkie przypadki” = zwykle dwa ilorazy i dwie sumy.
- **Szereg i figury.** Ustal, który ciąg jest geometryczny: długości (boki, obwody, promienie) mają iloraz k – skalę podobieństwa kolejnych figur, a pola – iloraz k^2. Najpierw policz dokładnie drugą figurę (Pitagoras, twierdzenie cosinusów), potem k, na końcu sumę. Nie przyjmuj konkretnej długości, gdy w treści jest a.
- **Granice – pięć technik.** 1) Iloraz wielomianów: dziel przez najwyższą potęgę n z mianownika. 2) Suma w liczniku: najpierw policz ją wzorem (ile jest składników? $1 + 2 + \ldots + 2^n$ ma $n + 1$ składników). 3) Potęgi: dziel przez potęgę o największej podstawie. 4) Różnica pierwiastków: pomnóż i podziel przez sumę (sprzężenie). 5) $\sin n$, $\cos n$, $(-1)^n$ – twierdzenie o trzech ciągach.

Ciągi, szeregi i granice – trening

Zadania krok po kroku

KARTA 2/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 20 pkt

Zadanie 1. W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, $a_3 = 7$ i $a_8 = 22$. Oblicz sumę dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 2. W ciągu geometrycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, $a_2 = 6$ i $a_5 = -48$. Oblicz a_7. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 3. Liczby $x - 1$, $x + 3$, $3x + 1$ tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Oblicz x i iloraz tego ciągu. Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(3n-1)^2 - 9n^2}{2n+5}$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Ciągi, szeregi i granice – zadania trudniejsze

KARTA 4/6

Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 18 pkt

Zadanie 1. Suma wszystkich wyrazów zbieżnego szeregu geometrycznego jest równa 24, a suma kwadratów wszystkich jego wyrazów jest równa 192. Oblicz pierwszy wyraz i iloraz tego szeregu. Zapisz obliczenia. ___ / 4 pkt

Zadanie 2. Wyznacz wszystkie wartości $x \neq 0$, dla których szereg geometryczny $1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} + \ldots$ jest zbieżny, a jego suma jest mniejsza od 3. Zapisz obliczenia. ___ / 4 pkt

Zadanie 3. Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n^2 + n\cos n}{n^2 + 1}$. Skorzystaj z twierdzenia o trzech ciągach. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Test: Ciągi, szeregi i granice – grupa A

50 minut · 17 pkt

KARTA 5/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 17 pkt

Zadanie 1. Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1 + 5 + 9 + \ldots + (4n - 3)}{3n^2 - 2n}$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 2. Liczby $2x - 1$, $x + 2$, $x - 4$ tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Oblicz x i iloraz tego ciągu. Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 3. Ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla $n \geq 1$, nie jest stały i $a_1 = 4$. Wyrazy a_1, a_3, a_9 tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Oblicz sumę piętnastu początkowych wyrazów ciągu (a_n). Zapisz obliczenia. ___ / 4 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Test: Ciągi, szeregi i granice – grupa B

50 minut · 17 pkt

KARTA 6/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 17 pkt

Zadanie 1. Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2 + 7 + 12 + \ldots + (5n - 3)}{2n^2 + 3}$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 2. Liczby $x - 2$, $x + 1$, $3x + 7$ tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Oblicz x i iloraz tego ciągu. Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 3. Ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla $n \geq 1$, nie jest stały i $a_1 = 5$. Wyrazy a_2, a_4, a_8 tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Oblicz sumę dwunastu początkowych wyrazów ciągu (a_n). Zapisz obliczenia. ___ / 4 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom rozszerzony) – najczęstsze zadania: Ciągi, szeregi i granice (karty pracy, test A i B, powtórka)

Podgląd pokazał 6 z 29 stron. Pełna wersja: 29 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Ciągi, szeregi i granice – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE – 4 zadania, 11 pkt
- Karta 2: Ciągi, szeregi i granice – trening – 8 zadań, 20 pkt
- Karta 3: Ciągi, szeregi i granice – zadania na poziomie matury – 6 zadań, 21 pkt
- Karta 4: Ciągi, szeregi i granice – zadania trudniejsze – 5 zadań, 18 pkt
- Karta 5: Test: Ciągi, szeregi i granice – grupa A – 5 zadań, 17 pkt
- Karta 6: Test: Ciągi, szeregi i granice – grupa B – 5 zadań, 17 pkt Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe i uwagi z zasad oceniania) oraz wzorcowe rozwiąz

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-rozszerzona-najczestsze-zadania-e-ciagi-szeregi-granice