PIERWSZA ŁAWKA · ZBIÓR ZADAŃ MATURALNYCH · PP · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM PODSTAWOWY

Rozdział 5. Funkcja kwadratowa i optymalizacja

Postać ogólna, kanoniczna i iloczynowa, wierzchołek, oś symetrii, zbiór wartości i monotoniczność, wartość największa i najmniejsza w przedziale domkniętym, wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej (zadania za 2–4 pkt), nierówność kwadratowa, zadania optymalizacyjne z dziedziną z kontekstu. 104 zadań maturalnych z matematyki (poziom podstawowy) w trzech sekcjach: wprowadzające, maturalne i trudniejsze, z repetytorium, wzorcowymi rozwiązaniami i kluczem z zasadami oceniania w stylu CKE.

Karta	Temat	Zadania
1	**Rozdział 5. Funkcja kwadratowa i optymalizacja – repetytorium** Najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania, jak oceni to CKE	4 zad. 8 pkt
2	**A. Zadania wprowadzające – Funkcja kwadratowa – wykres i postaci** Proste ćwiczenia umiejętności z tematu	12 zad. 34 pkt
3	**A. Zadania wprowadzające – Funkcja kwadratowa w zastosowaniach** Proste ćwiczenia umiejętności z tematu	11 zad. 31 pkt
4	**A. Zadania wprowadzające – trening: Funkcja kwadratowa i optymalizacja** Zadania krok po kroku	8 zad. 19 pkt
5	**B. Zadania maturalne – Funkcja kwadratowa – wykres i postaci** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	25 zad. 47 pkt
6	**B. Zadania maturalne – Funkcja kwadratowa w zastosowaniach** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	24 zad. 52 pkt
7	**B. Zadania maturalne – Funkcja kwadratowa i optymalizacja** Na poziomie arkuszy CKE 2025–2026	13 zad. 30 pkt
8	**C. Zadania trudniejsze – Funkcja kwadratowa i optymalizacja** Nietypowe ujęcia i zadania wieloetapowe	5 zad. 12 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Rozdział zaczyna się od repetytorium: najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania krok po kroku i to, jak CKE ocenia ten typ zadań.

- Sekcja A to zadania wprowadzające, sekcja B – zadania maturalne (formuły poleceń i punktacja jak w arkuszach CKE), sekcja C – zadania trudniejsze.
- Na końcu jest klucz: odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE.
- Osobny plik „Powtórka" zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy i test „Sprawdź się".

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: V.7–V.11, XIII, III.4 (V.12); cele ogólne II, III.2, IV.4. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Rozdział 5. Funkcja kwadratowa i optymalizacja – repetytorium

Najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania, jak oceni to CKE

KARTA 1/8

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Jak to wygląda na maturze.** Funkcja kwadratowa jest w każdym arkuszu PP (2023–2026) – zadania zamknięte (wierzchołek, oś symetrii, zbiór wartości, postać z wykresu) i otwarte: wzór funkcji za 2–4 pkt (2025 – zadanie 12, 2026 – zadanie 14), na końcu arkusza **optymalizacja za 4 pkt** (2024, 2025). Poziom wykonania zadań „wzór funkcji" (2026) i „optymalizacja" (2025) wyniósł tylko ok. 38% (średni odsetek zdobytych punktów) – tu są punkty do zdobycia.

postać	wzór	co od razu widać
ogólna	$f(x) = ax^2 + bx + c$	a – kierunek ramion; $(0, c)$ – punkt przecięcia z osią Oy
kanoniczna	$f(x) = a(x - p)^2 + q$	wierzchołek $W = (p, q)$, oś symetrii $x = p$, zbiór wartości
iloczynowa	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	miejsca zerowe x_1, x_2; $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$

- **Wierzchołek i zbiór wartości.** $p = -\frac{b}{2a}$, a q najbezpieczniej obliczyć jako $q = f(p)$ (albo $q = -\frac{\Delta}{4a}$). Dla $a > 0$: zbiór wartości $\langle q, +\infty)$, funkcja maleje w $(-\infty, p\rangle$ i rośnie w $\langle p, +\infty)$; dla $a < 0$ – odwrotnie, zbiór wartości $(-\infty, q\rangle$. Jeżeli $f(x_1) = f(x_2)$, to oś symetrii ma równanie $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$.
- **Wartość największa i najmniejsza w przedziale $\langle m, n\rangle$** (V.10): 1) oblicz p; 2) oblicz $f(m)$ i $f(n)$; 3) jeśli $p \in \langle m, n\rangle$, oblicz też $f(p)$; 4) wybierz największą i najmniejszą z tych liczb. Gdy p leży poza przedziałem, funkcja jest w nim monotoniczna – q **nie** jest wtedy żadną z szukanych wartości.
- **Wzór funkcji – zasady oceniania CKE 2026 (4 pkt).** Każdą informację zamień na zapis: wierzchołek → postać kanoniczna z nieznanym a; miejsca zerowe → postać iloczynowa; monotoniczność → p; zbiór wartości → q i znak a; punkt wykresu → równanie z a; $g(x) = f(x - k)$ i $g(t) = 0 \to f(t - k) = 0$. Punkty: 1 – jedna informacja zapisana; 2 – komplet informacji (np. równanie z niewiadomą a); 3 – wartość a; 4 – postać ogólna. Błędne odczytanie miejsca zerowego lub wierzchołka – co najwyżej 2 pkt.
- **Optymalizacja – 6 kroków (zasady oceniania 2024–2025, 4 pkt).** 1) Oznacz zmienną z jednostką („x – szerokość w m"). 2) Zapisz związek z treści. 3) Zapisz wielkość, która ma być największa/najmniejsza, jako funkcję **jednej** zmiennej. 4) Podaj **dziedzinę z kontekstu** (długości dodatnie!). 5) Oblicz p, sprawdź, że p należy do dziedziny i że $a < 0$ (maksimum) albo $a > 0$ (minimum). 6) Odpowiedz na **wszystkie** pytania. Punkty: 1 – związek albo dziedzina; 2 – funkcja jednej zmiennej; 3 – funkcja i dziedzina albo funkcja i p; 4 – komplet.

A. Zadania wprowadzające – Funkcja kwadratowa – wykres i postaci

KARTA 2/8

Proste ćwiczenia umiejętności z tematu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 34 pkt

Zadanie 1. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 3(x - 4)^2 + 1$. Uzupełnij. ___ / 4 pkt

1. Wierzchołek paraboli: $W =$ _____
2. Oś symetrii: $x =$ _____
3. Ramiona paraboli są skierowane: _____
4. Zbiór wartości funkcji: _____

Zadanie 2. Wykres funkcji $f(x) = (x + 5)^2$ otrzymujemy z wykresu funkcji $y = x^2$ przez przesunięcie o 5 jednostek ___ / 1 pkt

A. w dół **B.** w lewo **C.** w górę **D.** w prawo

Zadanie 3. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -2x^2 + 3x - 7$. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Ramiona paraboli są skierowane w dół.	**P**	**F**
2. Wykres przecina oś Oy w punkcie $(0, -7)$.	**P**	**F**
3. Wierzchołkiem paraboli jest punkt $(0, -7)$.	**P**	**F**

Zadanie 4. Miejscami zerowymi funkcji $f(x) = -4(x - 3)(x + 6)$ są liczby ___ / 1 pkt

A. -3 i 6 **B.** -4, 3 i -6 **C.** 3 i 6 **D.** 3 i -6

Zadanie 5. Dopasuj do każdego wzoru funkcji (1–4) wierzchołek jej wykresu (a–d). ___ / 4 pkt

1. $f(x) = (x - 2)^2 + 3$
2. $f(x) = (x + 2)^2 - 3$
3. $f(x) = -(x - 3)^2 + 2$
4. $f(x) = (x + 3)^2 + 2$

a) $W = (-3, 2)$
b) $W = (2, 3)$
c) $W = (3, 2)$
d) $W = (-2, -3)$

1 ____ 2 ____ 3 ____ 4 ____

Zadanie 6. Oblicz współrzędne wierzchołka paraboli, która jest wykresem funkcji f. ___ / 4 pkt

1. $f(x) = x^2 + 8x + 10$: $W =$ _____
2. $f(x) = x^2 - 10x + 30$: $W =$ _____
3. $f(x) = 2x^2 - 12x + 7$: $W =$ _____
4. $f(x) = -x^2 + 4x + 1$: $W =$ _____

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 7. Funkcja *f* jest określona wzorem $f(x) = -2x^2 - 8x + 1$. Zapisz wzór w postaci kanonicznej. Podaj zbiór wartości i przedziały monotoniczności funkcji *f*. ___ / 3 pkt

Zadanie 8. Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = (x - 1)^2 - 4$. Zaznacz wierzchołek, punkt przecięcia z osią *Oy* i miejsca zerowe. Sprawdź rachunkiem, że $f(x) = (x - 3)(x + 1)$. ___ / 3 pkt

Zadanie 9. Wykresem której funkcji jest parabola o wierzchołku (−1, 4) i ramionach skierowanych w dół? ___ / 1 pkt

A. $f(x) = -3(x - 1)^2 + 4$

B. $f(x) = -3(x + 1)^2 + 4$

C. $f(x) = 3(x + 1)^2 + 4$

D. $f(x) = -3(x + 4)^2 - 1$

Zadanie 10. Funkcja *f* jest określona wzorem $f(x) = 2(x + 1)(x - 5)$. a) Podaj miejsca zerowe funkcji *f*. b) Wyznacz oś symetrii i wierzchołek paraboli. c) Zapisz wzór w postaci ogólnej i kanonicznej. ___ / 4 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

A. Zadania wprowadzające – Funkcja kwadratowa w zastosowaniach

KARTA 3/8

Proste ćwiczenia umiejętności z tematu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 31 pkt

Zadanie 1. Odczytaj ze wzoru. ___ / 4 pkt

1. Wierzchołek paraboli $y = 3(x - 4)^2 + 1$: _____
2. Oś symetrii wykresu funkcji $f(x) = -(x + 2)^2 + 5$: _____
3. Miejsca zerowe funkcji $g(x) = 2(x - 1)(x + 6)$: _____
4. Punkt przecięcia wykresu funkcji $h(x) = x^2 - 5x + 7$ z osią Oy: _____

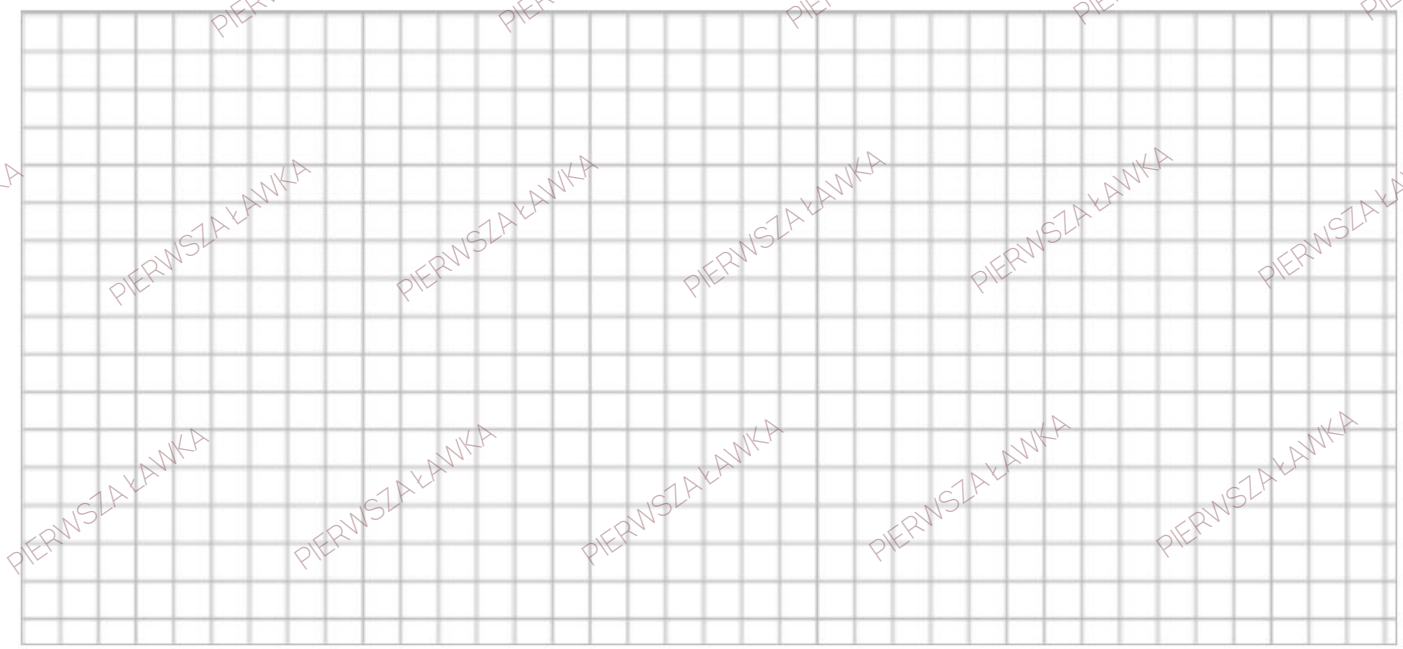
Zadanie 2. Największa wartość funkcji $f(x) = -2(x - 1)^2 + 9$ jest równa ___ / 1 pkt

A. 9 **B.** 1 **C.** -2 **D.** 7

Zadanie 3. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = (x - 3)^2 - 4$. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

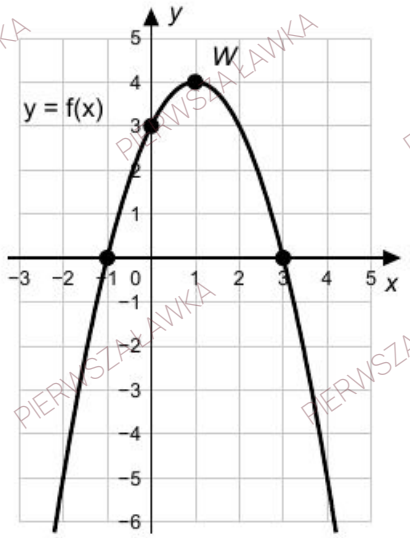
1. Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle 4, 6\rangle$ jest równa -4.	**P**	**F**
2. Funkcja f jest rosnąca w przedziale $\langle 3, +\infty)$.	**P**	**F**
3. $f(1) = f(5)$	**P**	**F**

Zadanie 4. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej. a) Wierzchołkiem wykresu jest punkt $(-1, 4)$, a $f(1) = -4$. b) Miejscami zerowymi są liczby 2 i 6, a $f(0) = 6$. c) Wykres przechodzi przez punkty $(0, 1)$, $(1, 4)$ i $(-1, 0)$. ___ / 3 pkt



Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 5. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji kwadratowej *f*. Wierzchołek i miejsca zerowe mają współrzędne całkowite. Uzupełnij. ___ / 4 pkt



1. Postać kanoniczna: $f(x) =$ _____
2. Postać iloczynowa: $f(x) =$ _____
3. Postać ogólna: $f(x) =$ _____
4. Zbiór wartości funkcji f: _____

Zadanie 6. Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji w podanym przedziale. a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$, przedział $\langle 0, 4 \rangle$. b) $g(x) = -2x^2 + 8x - 1$, przedział $\langle 3, 5 \rangle$. c) $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$, przedział $\langle -4, 1 \rangle$. ___ / 3 pkt

Zadanie 7. Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej *f* są liczby −7 i 3. Osią symetrii wykresu funkcji *f* jest prosta o równaniu ___ / 1 pkt

A. $x = 5$ **B.** $x = 2$ **C.** $x = -5$ **D.** $x = -2$

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 8. Dopasuj do każdego opisu wzór funkcji kwadratowej (jeden wzór jest zbędny).

___ / 3 pkt

1. wierzchołek (2, −1), ramiona skierowane w górę
2. miejsca zerowe −1 i 2, ramiona skierowane w dół
3. wykres przecina oś *Oy* w punkcie (0, −1), a wierzchołek leży na osi *Ox*

a) $f(x) = (x - 2)^2 - 1$

b) $f(x) = -(x - 2)(x + 1)$

c) $f(x) = -(x - 1)^2$

d) $f(x) = (x + 2)^2 - 1$

1 ____ 2 ____ 3 ____

Zadanie 9. Teatr sprzedaje na spektakl 300 biletów po 40 zł. Każda obniżka ceny o 2 zł zwiększa sprzedaż o 30 biletów. Przy jakiej cenie biletu przychód będzie największy? Oblicz ten przychód.

___ / 4 pkt

Zadanie 10. Suma długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego jest równa 14 cm. Jakie długości powinny mieć przyprostokątne, aby pole trójkąta było największe? Oblicz to pole.

___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

A. Zadania wprowadzające – trening: Funkcja kwadratowa i optymalizacja

Zadania krok po kroku

KARTA 4/8

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 19 pkt

Zadanie 1. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^2 - 10x + 9$. Uzupełnij. ___ / 5 pkt

1. Wierzchołek paraboli: _____
2. Postać kanoniczna: $f(x) =$ _____
3. Miejsca zerowe: _____
4. Postać iloczynowa: $f(x) =$ _____
5. Zbiór wartości: _____

Zadanie 2. Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -3(x + 2)^2 + 7$ jest przedział ___ / 1 pkt

A. $\langle -2, +\infty)$ **B.** $\langle 7, +\infty)$

C. $(-\infty, 7\rangle$ **D.** $(-\infty, -2\rangle$

Zadanie 3. Funkcja $f(x) = 2x^2 + 12x - 1$ jest rosnąca w przedziale ___ / 1 pkt

A. $\langle -19, +\infty)$ **B.** $\langle -3, +\infty)$

C. $(-\infty, -3\rangle$ **D.** $\langle 3, +\infty)$

Zadanie 4. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^2 - 4x - 1$. Uzupełnij (przedział $\langle -1, 3\rangle$). ___ / 4 pkt

1. Największa wartość funkcji f w tym przedziale: _____
2. Argument, dla którego jest przyjmowana: _____
3. Najmniejsza wartość funkcji f w tym przedziale: _____
4. Argument, dla którego jest przyjmowana: _____

Zadanie 5. Wierzchołkiem paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f, jest punkt $W = (2, -3)$. Do wykresu należy punkt $(4, 5)$. Wyznacz wzór funkcji f w postaci kanonicznej i ogólnej. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

B. Zadania maturalne – Funkcja kwadratowa – wykres i postaci

KARTA 5/8

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 47 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wierzchołkiem paraboli, która jest wykresem funkcji $f(x) = x^2 - 4x + 9$, jest punkt ___ / 1 pkt

A. (2, 5) **B.** (−2, 5) **C.** (−2, 21) **D.** (4, 9)

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

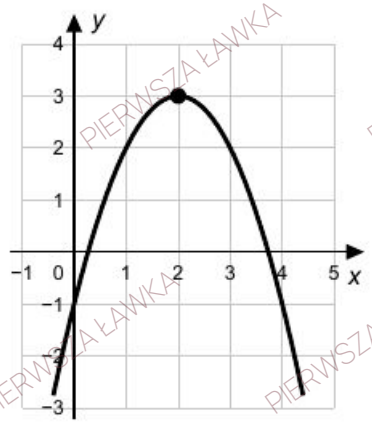
Osią symetrii wykresu funkcji $f(x) = -3(x - 7)(x + 1)$ jest prosta o równaniu ___ / 1 pkt

A. $x = -3$ **B.** $x = 4$ **C.** $x = 7$ **D.** $x = 3$

Zadanie 3. Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2 + q$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby a, p, q spełniają warunki ___ / 1 pkt



A. $a > 0$, $p = 2$, $q = 3$ **B.** $a < 0$, $p = -2$, $q = 3$

C. $a < 0$, $p = 2$, $q = 3$ **D.** $a < 0$, $p = 3$, $q = 2$

Zadanie 4. Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = (x + 3)^2 - 4$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $\langle -4, +\infty)$.	**P**	**F**
2. Funkcja f jest rosnąca w przedziale $\langle -5, +\infty)$.	**P**	**F**

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 5. Funkcja kwadratowa *f* jest określona wzorem $f(x) = -2x^2 + 12x - 10$. Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, która jest wykresem funkcji *f*, jest równa _____ .
2. Największa wartość funkcji *f* jest równa _____ .

Zadanie 6. Funkcja kwadratowa *f* ma dwa miejsca zerowe: −2 oraz 6. Wykres funkcji *f* przecina oś *Oy* w punkcie (0, 6). Wyznacz wzór funkcji *f* w postaci ogólnej. Oblicz współrzędne wierzchołka paraboli, która jest wykresem funkcji *f*. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 7. Piłkę kopnięto z ziemi. Jej wysokość (w metrach) po *t* sekundach opisuje funkcja $h(t) = -5t^2 + 20t$. Oblicz największą wysokość, na jaką wzniosła się piłka, i czas, po którym ją osiągnęła. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 8. Funkcja *f* jest określona wzorem $f(x) = -(x + 6)^2 + 5$. Uzupełnij. ___ / 3 pkt

1. Wierzchołek paraboli: W = _____
2. Oś symetrii: x = _____
3. Zbiór wartości funkcji: _____

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 15. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, jeśli wierzchołkiem jej wykresu jest punkt $W = (1, -2)$, a wykres przechodzi przez punkt (3, 6). Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Zadanie 16. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wierzchołkiem paraboli, która jest wykresem funkcji $f(x) = x^2 + 10x + 18$, jest punkt

___ / 1 pkt

A. $(5, -7)$ **B.** $(-5, 7)$ **C.** $(-10, 18)$ **D.** $(-5, -7)$

Zadanie 17. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -4(x - 1)^2 + 6$ jest przedział

___ / 1 pkt

A. $(-\infty, 6\rangle$ **B.** $\langle 6, +\infty)$ **C.** $\langle -4, +\infty)$ **D.** $(-\infty, 1\rangle$

Zadanie 18. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja $f(x) = 3(x + 2)^2 - 1$ jest malejąca w przedziale

___ / 1 pkt

A. $(-\infty, -1\rangle$ **B.** $(-\infty, -2\rangle$ **C.** $\langle -2, +\infty)$ **D.** $(-\infty, 2\rangle$

Zadanie 19. Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x - 3)(x + 5)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. Miejscami zerowymi funkcji f są liczby 3 i −5.	**P**	**F**
2. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, leży na osi Oy.	**P**	**F**

Zadanie 20. Wykres funkcji $y = 2x^2$ przesunięto o 3 jednostki w lewo i o 4 jednostki w dół. Otrzymano wykres funkcji g.

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

___ / 2 pkt

1. W postaci kanonicznej $g(x) =$ _____ .
2. W postaci ogólnej $g(x) =$ _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom podstawowy) – zbiór zadań, rozdział 5: Funkcja kwadratowa i optymalizacja, z odpowiedziami

Podgląd pokazał 12 z 52 stron. Pełna wersja: 52 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Rozdział 5. Funkcja kwadratowa i optymalizacja – repetytorium – 4 zadania, 8 pkt
- A. Zadania wprowadzające – Funkcja kwadratowa – wykres i postaci – 12 zadań, 34 pkt
- A. Zadania wprowadzające – Funkcja kwadratowa w zastosowaniach – 11 zadań, 31 pkt
- A. Zadania wprowadzające – trening: Funkcja kwadratowa i optymalizacja – 8 zadań, 19 pkt
- B. Zadania maturalne – Funkcja kwadratowa – wykres i postaci – 25 zadań, 47 pkt
- B. Zadania maturalne – Funkcja kwadratowa w zastosowaniach – 24 zadania, 52 pkt
- B. Zadania maturalne – Funkcja kwadratowa i optymalizacja – 13 zadań, 30 pkt
- C. Zadania trudniejsze – Funkcja kwadratowa i optymalizacja – 5 zadań, 12 pkt Na końcu: klucz do zadań zamkniętych, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-matura-pp-zbior-zadan-rozdzial-05-funkcja-kwadratowa