PIERWSZA ŁAWKA · 40 ZADAŃ Z JEDNEGO TEMATU · PR · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM ROZSZERZONY

Wartość bezwzględna, wielomiany i wyrażenia wymierne – 40 zadań

Nierówności i równania z wartością bezwzględną (także dwiema), dzielenie wielomianu przez dwumian i twierdzenie Bézouta, równania i nierówności wielomianowe, wymierne i dwukwadratowe (także z parametrem) oraz dowody algebraiczne z wielomianami i nierównościami. 40 zadań otwartych w formule matury rozszerzonej 2027 (2–6 pkt, razem 151 pkt).

Karta	Temat	Zadania
1	**Ściąga: Wartość bezwzględna, wielomiany i wyrażenia wymierne. Rozgrzewka** Siedem krótkich zadań za 2 pkt: równania i nierówność z wartością bezwzględną, reszta z dzielenia, równania dwukwadratowe i wymierne.	7 zad. 14 pkt
2	**Podstawowe typy za 3 pkt** Dwie wartości bezwzględne, nierówności wielomianowe i wymierne, twierdzenie Bézouta, równania dwukwadratowe i wymierne.	7 zad. 21 pkt
3	**Dowody i zadania za 3–4 pkt** Pierwsze dowody (wartość bezwzględna, podzielność), nierówności wielomianowe i wymierne z rozkładem, wielomian z warunkami.	7 zad. 26 pkt
4	**Zadania na poziomie matury (4 pkt)** Dwie wartości bezwzględne w pełnym zapisie, równanie z modułem i trójmianem, pierwiastki całkowite, nierówność wymierna, dowód z ułamkami, wielomian z warunkami i równanie.	7 zad. 28 pkt
5	**Parametr i zadania wieloetapowe (4–5 pkt)** Równania dwukwadratowe i wymierne z parametrem, wielomian z warunkami, nierówność dla wszystkich x, dowód.	6 zad. 29 pkt
6	**Zadania trudniejsze (5–6 pkt)** Moduł z trójmianem, liczba rozwiązań w zależności od m, dyskusja z parametrem, dowód nierówności z warunkiem, nierówność wymierna wysokiego stopnia.	6 zad. 33 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Klucz na końcu: odpowiedzi, zasady oceniania etapami jak w CKE, pełne rozwiązania.

Zadania oryginalne. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: III.R4, III.R1, III.R2, III.R5, III.R6, III.R7, II.R1, II.R2, II.R3, II.R5, II.R6 (+ I.2, cel IV). Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Ściąga: Wartość bezwzględna, wielomiany i wyrażenia wymierne.

Rozgrzewka

Siedem krótkich zadań za 2 pkt: równania i nierówność z wartością bezwzględną, reszta z dzielenia, równania dwukwadratowe i wymierne.

KARTA **1/6**

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 14 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Wartość bezwzględna.** $|x| = x$ dla $x \geq 0$ i $|x| = -x$ dla $x < 0$; $|x - a|$ to odległość liczb x i a na osi. Dla $c > 0$: $|A| = c \Leftrightarrow A = c$ lub $A = -c$; $|A| < c \Leftrightarrow -c < A < c$; $|A| > c \Leftrightarrow A < -c$ lub $A > c$. $|A| = |B| \Leftrightarrow A = B$ lub $A = -B$. Definicja i nierówność $|a + b| \leq |a| + |b|$ są w karcie wzorów.
- **Dwie wartości bezwzględne – wzorzec zapisu.** 1) Wyznacz punkty zerowe wyrażeń pod znakami | | i podziel oś na przedziały (np. $(-\infty, a)$, $\langle a, b)$, $\langle b, +\infty)$ – wszystkie liczby muszą należeć do jakiegoś przedziału). 2) W każdym przedziale zapisz nierówność bez | | (z właściwymi znakami) i rozwiąż ją. 3) W każdym przedziale weź część wspólną rozwiązania z przedziałem. 4) Odpowiedź to suma zbiorów z trzech przedziałów. W zasadach oceniania CKE każdy poprawnie rozwiązany przedział to punkt.
- **Twierdzenie Bézouta.** Reszta z dzielenia $W(x)$ przez $x - a$ jest równa $W(a)$; $x - a$ dzieli $W(x)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $W(a) = 0$. **Tego twierdzenia nie ma w karcie wzorów – trzeba je pamiętać.**
- **Pierwiastki i rozkład.** Pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych są dzielnikami wyrazu wolnego – sprawdzaj je, wstawiając do wzoru. Po znalezieniu pierwiastka a podziel wielomian przez $x - a$ (dzielenie pisemne lub schemat Hornera). Rozkład: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias i grupowanie wyrazów, np. $x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = x^2(x - 2) - 9(x - 2)$.
- **Wzory skróconego mnożenia (karta wzorów).** $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$, $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \ldots + b^{n-1})$ – stąd $a - b$ dzieli $a^n - b^n$; $(a + b)^3$, $(a - b)^3$. Przydają się w dowodach podzielności i przy rozkładzie wielomianów.
- **Nierówność wielomianowa.** Rozłóż wielomian na czynniki liniowe (i nierozkładalne trójmiany), zaznacz pierwiastki na osi liczbowej i narysuj „wężyk" od prawej strony: od góry, gdy współczynnik przy najwyższej potędze jest dodatni. Przy pierwiastku parzystej krotności wężyk nie zmienia strony. Pierwiastki dołączamy do rozwiązania przy $\leq$, $\geq$ (nierówność nieostra), a wyłączamy przy $<$, $>$.
- **Równania i nierówności wymierne.** Zawsze zacznij od dziedziny (mianownik $\neq 0$). $\frac{V(x)}{W(x)} = 0 \Leftrightarrow V(x) = 0$ i $W(x) \neq 0$. W nierówności przenieś wszystko na jedną stronę, sprowadź do wspólnego mianownika; wtedy $\frac{V}{W} \geq 0 \Leftrightarrow V \cdot W \geq 0$ i $W \neq 0$. **Nie mnóż** przez wyrażenie z niewiadomą, jeśli nie znasz jego znaku. Dodawanie ułamków: wspólny mianownik, np. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x(x+1)}$.
- **Równanie dwukwadratowe** $ax^4 + bx^2 + c = 0$: podstaw $t = x^2$, $t \geq 0$. Każde $t > 0$ daje dwa rozwiązania $\pm\sqrt{t}$, $t = 0$ daje jedno, $t < 0$ – żadnego. Przy parametrze: warunki na t_1, t_2 zapisz przez Δ oraz wzory Viète'a ($t_1 + t_2 = -\frac{b}{a}$, $t_1 t_2 = \frac{c}{a}$); to samo podstawienie $t = |x|$ stosuje się do równań z $|x|$ i x^2.
- **Dowód algebraiczny.** Wykaż równość lub nierówność dla wszystkich dopuszczalnych wartości zmiennych: przekształcaj równoważnie do oczywistej tezy (np. kwadrat ≥ 0, suma kwadratów $= 0 \Rightarrow$ każdy $= 0$). Sprawdzenie dla kilku liczb nie jest dowodem – CKE przyznaje wtedy 0 punktów. Nie zapominaj o założeniach (znak a, b, c, dziedzina).

Podgląd • Pierwsza Ławka

Parametr i zadania wieloetapowe (4–5 pkt)

KARTA 5/6

Równania dwukwadratowe i wymierne z parametrem, wielomian z warunkami, nierówność dla wszystkich x, dowód.

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 29 pkt

Zadanie 1. Dane jest równanie $x^4 - 2mx^2 + 3m - 2 = 0$ z parametrem m. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których to równanie ma cztery różne rozwiązania rzeczywiste. Zapisz obliczenia. ___ / 5 pkt

Zadanie 2. Równanie $x^2 - 6|x| + m = 0$ zależy od parametru m. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których to równanie ma dokładnie cztery rozwiązania rzeczywiste. Zapisz obliczenia. ___ / 5 pkt

Zadanie 3. Rozważ równanie $\frac{x^2 - (m+2)x + 4m - 8}{x - 2} = 0$ z parametrem m. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których to równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste. Zapisz obliczenia. ___ / 5 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 matematyka PR – Wartość bezwzględna, wielomiany i wyrażenia wymierne – 40 zadań z kluczem i zasadami oceniania

Podgląd pokazał 3 z 33 stron. Pełna wersja: 33 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- 40 nowych zadań otwartych z matematyki na maturę rozszerzoną 2027 z jednego tematu: wartość bezwzględna, wielomiany i wyrażenia wymierne – Nierówności i równania z wartością bezwzg
- Na początku ściąga: najważniejsze wzory i twierdzenia z tematu (z zaznaczeniem, co jest w karcie wzorów CKE) i wzorcowe rozwiązanie zapisane tak, jak oczekują egzaminatorzy.
- Zadania w sześciu sekcjach – od krótkich za 2–3 pkt do wieloetapowych za 5–6 pkt (razem 151 pkt), w tym zadania „Wykaż, że…”.
- Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026.
- Na końcu klucz: odpowiedzi, zasady oceniania etapami (za co kolejne punkty, uwagi w stylu CKE) i przykładowe pełne rozwiązania.
- 33 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.
- Wszystkie zadania są oryginalne – nie powtarzają zadań CKE ani naszych arkuszy próbnych, zestawów i „najczęstszych zadań maturalnych”.
- Wymagania: III.R4, III.R1, III.R2, III.R5, III.R6, III.R7, II.R1, II.R2, II.R3, II.R5, II.R6 (+ I.2, cel IV).
- Materiał przygotowany zgodnie z podstawą programową matematyki dla liceum i technikum (Dz.U.
- 2018 poz.
- 467 w brzmieniu Dz.U.
- 2024 poz.
- 1019), zakres rozszerzony – obowiązującą na maturze w latach 2027–2030.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-rozszerzona-wartosc-bezwzgledna-wielomiany-wyrazenia-wy