PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW DZIAŁOWY · MATEMATYKA · KLASA 2 LO I TECHNIKUM · ZAKRES ROZSZERZONY

Dział 13. Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony)

Twierdzenie sinusów i promień okręgu opisanego, rozwiązywanie dowolnych trójkątów twierdzeniami sinusów i cosinusów (także przypadek dwóch rozwiązań), kąty rozwarte, „ekierki” jako skrót, warunki czworokąta wpisanego w okrąg i opisanego na okręgu, czworokąt jednocześnie wpisany i opisany, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa, dowody geometryczne w stylu PR. Dziewięć kart: teoria z przykładami, ćwiczenia, zadania typu maturalnego, dwie kartkówki (A i B) i sprawdzian (A i B) – z kluczem i zasadami oceniania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – najważniejsze wiadomości** Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka	4 zad. 9 pkt
2	**Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – ćwiczenia** Ćwiczę umiejętności z działu	8 zad. 23 pkt
3	**Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – zadania typu maturalnego** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	6 zad. 23 pkt
4	**Kartkówka 1: twierdzenie sinusów i rozwiązywanie trójkątów – grupa A** 15 minut · 9 pkt	4 zad. 9 pkt
5	**Kartkówka 1: twierdzenie sinusów i rozwiązywanie trójkątów – grupa B** 15 minut · 9 pkt	4 zad. 9 pkt
6	**Kartkówka 2: czworokąty wpisane i opisane, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa – grupa A** 15 minut · 8 pkt	4 zad. 8 pkt
7	**Kartkówka 2: czworokąty wpisane i opisane, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa – grupa B** 15 minut · 8 pkt	4 zad. 8 pkt

8	**Sprawdzian: Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – grupa A** 45 minut · 23 pkt	10 zad. 23 pkt
9	**Sprawdzian: Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – grupa B** 45 minut · 23 pkt	10 zad. 23 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości z działu i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku – od niej warto zacząć.
- Karta 2 to ćwiczenia, a karta 3 – zadania w formule matury 2027 (polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE).
- Karty 4–7 to dwie kartkówki (po 15 minut), każda w grupach A i B. Karty 8–9 to sprawdzian (45 minut) w grupach A i B – te same typy zadań i ta sama punktacja, inne liczby.
- Klucz na końcu zestawu zawiera odpowiedzi, przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE (kamienie milowe, błąd rachunkowy = −1 pkt).
- Osobny plik „Powtórka” zbiera definicje, wzory (z zaznaczeniem, które są w karcie wzorów CKE), typowe błędy i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: VII.R7–VII.R8, VIII.R1–VIII.R2 (w tle VII.3, VIII.8, VIII.11–VIII.12); cele ogólne III.1, IV.1, IV.4; dowody PR pkt 6, 8, 9. Miejsce w seriach podręczników: NE ZPiR kl. 2 (Planimetria: okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt, twierdzenie sinusów) · Pazdro ZR kl. 2 (Rozwiązywanie trójkątów), czworokąty wpisane i opisane – Pazdro ZR kl. 3 · GWO ZR kl. 2 (Trygonometria: twierdzenie sinusów i cosinusów). Nazwy wydawnictw i serii podano tylko informacyjnie – materiał nie jest z nimi powiązany. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

PIERWSZA ŁAWKA

Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – najważniejsze wiadomości

Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka

KARTA 1/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Twierdzenie sinusów** (jest w karcie wzorów CKE). W każdym trójkącie $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$, gdzie R – promień okręgu opisanego na trójkącie, a bok a leży naprzeciw kąta α (itd.). Wniosek: $a = 2R\sin\alpha$ – bok to „$2R$ razy sinus kąta leżącego naprzeciw".

Dane	Twierdzenie
bok i dwa kąty	sinusów (trzeci kąt: $180° - \alpha - \beta$)
dwa boki i kąt między nimi	cosinusów (trzeci bok), potem sinusów albo cosinusów
trzy boki	cosinusów (kąt), pole $\frac{1}{2}ab\sin\gamma$, promień $R = \frac{c}{2\sin\gamma}$
dwa boki i kąt naprzeciw jednego z nich	sinusów (albo cosinusów – równanie kwadratowe); mogą być dwa trójkąty
bok i promień R albo kąt i R	sinusów: $a = 2R\sin\alpha$

- **Przypadek niejednoznaczny.** Równanie $\sin\beta = k$, gdzie $0 < k < 1$, ma w przedziale $(0°, 180°)$ dwa rozwiązania: β i $180° - \beta$. Drugie odrzucamy, gdy suma kątów trójkąta przekroczyłaby $180°$ albo gdy naprzeciw krótszego boku wypadłby większy kąt (w trójkącie naprzeciw dłuższego boku leży większy kąt). Gdy oba są możliwe – są dwa trójkąty („Rozważ wszystkie przypadki").
- **Kąty rozwarte.** $\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$, $\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$, np. $\sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 120° = -\frac{1}{2}$, $\sin 135° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 135° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 150° = \frac{1}{2}$, $\cos 150° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. W twierdzeniu cosinusów dla kąta rozwartego „minus razy minus" daje plus: $c^2 = a^2 + b^2 + ab$ dla $\gamma = 120°$.
- **„Ekierki".** Połowa trójkąta równobocznego (kąty $30°, 60°, 90°$): przyprostokątne a i $a\sqrt{3}$, przeciwprostokątna $2a$ (naprzeciw kąta $30°$ leży najkrótszy bok). Połowa kwadratu ($45°, 45°, 90°$): $a, a, a\sqrt{2}$. Gdy w trójkącie są kąty $30°, 45°, 60°, 120°, 135°$ – poprowadź wysokość i licz „ekierką": CKE wskazuje, że to często krótsza droga niż twierdzenie sinusów (matura 2025).
- **Czworokąt wpisany w okrąg.** Na czworokącie wypukłym $ABCD$ można opisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy sumy miar przeciwległych kątów są równe $180°$: $|\sphericalangle A| + |\sphericalangle C| = |\sphericalangle B| + |\sphericalangle D| = 180°$. Trójkąty ABC i ACD mają wtedy ten sam okrąg opisany (ten sam R). Okrąg można opisać np. na każdym prostokącie i trapezie równoramiennym, nie można – na rombie, który nie jest kwadratem.

- **Czworokąt opisany na okręgu.** W czworokąt wypukły $ABCD$ można wpisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy sumy długości przeciwległych boków są równe: $|AB| + |CD| = |BC| + |AD|$. Wtedy pole $P = r \cdot p$, gdzie p – połowa obwodu, r – promień okręgu wpisanego. W trapezie opisanym na okręgu wysokość jest równa $2r$. Oba warunki są w karcie wzorów CKE.
- **Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.** Jeżeli ramiona kąta o wierzchołku O przecięto dwiema prostymi: jedno ramię w punktach A i A_1, drugie w punktach B i B_1, oraz $\frac{|OA|}{|OA_1|} = \frac{|OB|}{|OB_1|}$, to proste AB i A_1B_1 są równoległe. Stosujemy je do uzasadniania równoległości; wtedy także $\frac{|AB|}{|A_1B_1|} = \frac{|OA|}{|OA_1|}$.
- **Pole trójkąta** (wzory z karty): $P = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$, $P = \frac{abc}{4R}$, $P = r \cdot p$ (p – połowa obwodu); stąd promień okręgu wpisanego $r = \frac{2P}{a+b+c}$.

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. W trójkącie ABC: $|AB| = 8$, $|\sphericalangle BAC| = 45°$, $|\sphericalangle ABC| = 75°$. Oblicz $|BC|$ oraz promień okręgu opisanego na trójkącie.

$|\sphericalangle ACB| = 180° - 45° - 75° = 60°$. Z twierdzenia sinusów: $\frac{|BC|}{\sin 45°} = \frac{|AB|}{\sin 60°}$, więc

$$|BC| = \frac{8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{6}}{3}.$$

$2R = \frac{8}{\sin 60°} = \frac{16}{\sqrt{3}}$, więc $R = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Przykład 2. W trójkącie ABC: $|BC| = 4$, $|AC| = 2\sqrt{6}$, $|\sphericalangle BAC| = 45°$. Oblicz miarę kąta ABC.

Z twierdzenia sinusów: $\sin\sphericalangle ABC = \frac{|AC| \cdot \sin 45°}{|BC|} = \frac{2\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{4} = \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Stąd $|\sphericalangle ABC| = 60°$ albo $120°$. Ponieważ $|AC| > |BC|$, kąt ABC jest większy od kąta BAC – oba kąty to spełniają, a $45° + 120° < 180°$.

Są dwa trójkąty: $|\sphericalangle ABC| = 60°$ (wtedy $|\sphericalangle ACB| = 75°$) albo $|\sphericalangle ABC| = 120°$ (wtedy $|\sphericalangle ACB| = 15°$).

Przykład 3. Trójkąt ma boki 5, 7 i 8. Oblicz miarę kąta leżącego naprzeciw boku 7, pole trójkąta oraz promienie okręgów opisanego i wpisanego.

Z twierdzenia cosinusów: $\cos\gamma = \frac{25 + 64 - 49}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2}$, więc $\gamma = 60°$.

$P = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \sin 60° = 10\sqrt{3}$. $R = \frac{7}{2\sin 60°} = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$. $r = \frac{2P}{5+7+8} = \frac{20\sqrt{3}}{20} = \sqrt{3}$.

Przykład 4. Czworokąt *ABCD* jest wpisany w okrąg, $|AB| = 3$, $|BC| = 5$, $|\sphericalangle ABC| = 120°$ i $|CD| = |DA|$. Oblicz długość boku *AD* i pole czworokąta.

W trójkącie *ABC* z twierdzenia cosinusów:

$|AC|^2 = 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 120° = 34 + 15 = 49$, $|AC| = 7$.

Czworokąt jest wpisany, więc $|\sphericalangle ADC| = 180° - 120° = 60°$. Trójkąt *ACD* jest równoramienny z kątem 60° między ramionami, czyli równoboczny: $|AD| = |CD| = 7$.

$P = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sin 120° + \frac{49\sqrt{3}}{4} = \frac{15\sqrt{3}}{4} + \frac{49\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$.

Przykład 5. Trapez równoramienny o podstawach 8 i 2 jest opisany na okręgu. Oblicz długość ramienia, promień okręgu wpisanego i pole trapezu.

Czworokąt opisany: $8 + 2 = 2c$, więc ramię $c = 5$. Rzut ramienia na dłuższą podstawę: $\frac{8-2}{2} = 3$, wysokość $h = \sqrt{25 - 9} = 4$.

W trapezie opisanym $h = 2r$, więc $r = 2$. Pole: $P = \frac{8+2}{2} \cdot 4 = 20$ (także $P = r \cdot p = 2 \cdot 10 = 20$).

Przykład 6. Na jednym ramieniu kąta o wierzchołku *O* leżą punkty *A* i A_1, $|OA| = 6$, $|AA_1| = 3$, a na drugim – punkty *B* i B_1, $|OB| = 8$, $|BB_1| = 4$ (*A* leży między *O* i A_1, *B* – między *O* i B_1). Czy proste *AB* i A_1B_1 są równoległe?

$\frac{|OA|}{|OA_1|} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ i $\frac{|OB|}{|OB_1|} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. Stosunki są równe, więc z twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa $AB \parallel A_1B_1$. Ponadto $|A_1B_1| = \frac{3}{2}|AB|$.

ZADANIA

Zadanie 1. Uzupełnij. ___ / 4 pkt

1. $\sin 120° =$ _____
2. $\cos 135° =$ _____
3. $\sin 150° =$ _____
4. $\cos 150° =$ _____

Zadanie 2. Bok trójkąta leżący naprzeciw kąta 30° ma długość 6. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy ___ / 1 pkt

A. 6 **B.** $3\sqrt{3}$ **C.** 3 **D.** 12

Zadanie 3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Na każdym trapezie równoramiennym można opisać okrąg.	**P**	**F**
2. W każdy romb można wpisać okrąg.	**P**	**F**
3. Na każdym rombie można opisać okrąg.	**P**	**F**

Zadanie 4. W czworokącie *ABCD* wpisanym w okrąg kąt *ABC* ma miarę 105°. Kąt *ADC* ma miarę ___ / 1 pkt

A. 105° **B.** 255° **C.** 75° **D.** 52,5°

Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – ćwiczenia

KARTA 2/9

Ćwiczę umiejętności z działu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 23 pkt

Zadanie 1. W trójkącie *ABC*: $|BC| = 10$, $|\sphericalangle BAC| = 30°$, $|\sphericalangle ABC| = 45°$. Oblicz $|AC|$ oraz promień okręgu opisanego na trójkącie. ___ / 3 pkt

Zadanie 2. Uzupełnij (*R* – promień okręgu opisanego na trójkącie, bok *a* leży naprzeciw kąta α itd.). ___ / 3 pkt

1. $a = 9$, $\alpha = 60°$: $R =$ _____
2. $R = 5$, $\gamma = 135°$: $c =$ _____
3. $R = 4$, $b = 4$, kąt β jest ostry: $\beta =$ _____

Zadanie 3. W trójkącie *ABC*: $|BC| = 3\sqrt{2}$, $|AC| = 2\sqrt{3}$, $|\sphericalangle BAC| = 60°$. Oblicz miary pozostałych kątów trójkąta. ___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – zadania typu maturalnego

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

KARTA 3/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 23 pkt

Zadanie 1. W trójkącie ABC: $|AC| = 7$, $|BC| = 8$, $|\sphericalangle ABC| = 60°$. Oblicz długość boku AB. Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 2. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. $|AB| = |CD| = 7$, $|BC| = 8$, $|\sphericalangle ABC| = 120°$. Oblicz długość boku AD oraz pole czworokąta $ABCD$. Zapisz obliczenia. ___ / 4 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 1: twierdzenie sinusów i rozwiązywanie trójkątów – grupa A

15 minut · 9 pkt

KARTA 4/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

Zadanie 1. Uzupełnij (*R* – promień okręgu opisanego na trójkącie, bok *a* leży naprzeciw kąta α itd.). ___ / 2 pkt

1. $a = 12$, $\alpha = 45°$: $R =$ _____ 2. $R = 7$, $\beta = 150°$: $b =$ _____

Zadanie 2. W trójkącie o bokach 4, 5 i 6 cosinus kąta leżącego naprzeciw boku długości 6 jest równy ___ / 1 pkt

A. $-\frac{1}{8}$ **B.** $\frac{9}{16}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{1}{8}$

Zadanie 3. W trójkącie *ABC*: $|BC| = 6$, kąt *BAC* ma miarę 60°, kąt *ABC* ma miarę 45°. Oblicz $|AC|$ oraz promień okręgu opisanego na trójkącie. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Trójkąt ma boki 7, 8 i 13. Oblicz miarę największego kąta tego trójkąta oraz jego pole. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 1: twierdzenie sinusów i rozwiązywanie trójkątów – grupa B

15 minut · 9 pkt

KARTA 5/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

Zadanie 1. Uzupełnij (*R* – promień okręgu opisanego na trójkącie, bok *a* leży naprzeciw kąta α itd.). ___ / 2 pkt

1. $a = 10$, $\alpha = 120°$: $R =$ _____ 2. $R = 3$, $\beta = 45°$: $b =$ _____

Zadanie 2. W trójkącie o bokach 3, 5 i 6 cosinus kąta leżącego naprzeciw boku długości 6 jest równy ___ / 1 pkt

A. $\frac{1}{15}$ **B.** $-\frac{1}{15}$ **C.** $\frac{13}{15}$ **D.** $\frac{5}{9}$

Zadanie 3. W trójkącie *ABC*: $|BC| = 8$, kąt *BAC* ma miarę 45°, kąt *ABC* ma miarę 30°. Oblicz $|AC|$ oraz promień okręgu opisanego na trójkącie. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Trójkąt ma boki 5, 16 i 19. Oblicz miarę największego kąta tego trójkąta oraz jego pole. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 2: czworokąty wpisane i opisane, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa – grupa A

15 minut · 8 pkt

KARTA 6/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

Zadanie 1. Czworokąt wypukły ma kolejne boki długości 5, 8, x, 6. Można w niego wpisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy x jest równe ___ / 1 pkt

A. 7 **B.** 11 **C.** 3 **D.** 9

Zadanie 2. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Kąt A jest dwa razy większy od kąta C, a kąt B jest o 30° większy od kąta D. Oblicz miary kątów czworokąta. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 3. Trapez równoramienny o podstawach długości 9 i 1 jest opisany na okręgu. Oblicz promień tego okręgu i pole trapezu. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Na jednym ramieniu kąta o wierzchołku O leżą punkty A i A_1, a na drugim – punkty B i B_1 (A między O i A_1, B między O i B_1). $|OA| = 4$, $|OA_1| = 10$, $|OB| = 6$, $|OB_1| = 15$, $|AB| = 3$. Uzasadnij, że $AB \parallel A_1B_1$, i oblicz $|A_1B_1|$. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 2: czworokąty wpisane i opisane, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa – grupa B

15 minut · 8 pkt

KARTA 7/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

Zadanie 1. Czworokąt wypukły ma kolejne boki długości 7, 4, x, 9. Można w niego wpisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy x jest równe ___ / 1 pkt

A. 6 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 12

Zadanie 2. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Kąt B jest trzy razy większy od kąta D, a kąt A jest o 40° większy od kąta C. Oblicz miary kątów czworokąta. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 3. Trapez równoramienny o podstawach długości 12 i 3 jest opisany na okręgu. Oblicz promień tego okręgu i pole trapezu. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Na jednym ramieniu kąta o wierzchołku O leżą punkty A i A_1, a na drugim – punkty B i B_1 (A między O i A_1, B między O i B_1). $|OA| = 5$, $|OA_1| = 15$, $|OB| = 4$, $|OB_1| = 12$, $|AB| = 3$. Uzasadnij, że $AB \parallel A_1B_1$, i oblicz $|A_1B_1|$. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Sprawdzian: Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – grupa A

45 minut · 23 pkt

KARTA 8/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 23 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Promień okręgu opisanego na trójkącie, w którym bok długości 8 leży naprzeciw kąta 135°, jest równy ___ / 1 pkt

A. 4 **B.** 8 **C.** $4\sqrt{2}$ **D.** $8\sqrt{2}$

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Czworokąt *ABCD* jest wpisany w okrąg i kąt *BAD* ma miarę 64°. Kąt *BCD* ma miarę ___ / 1 pkt

A. 128° **B.** 116° **C.** 64° **D.** 32°

Zadanie 3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. W czworokąt wypukły o kolejnych bokach 6, 11, 9, 4 można wpisać okrąg.	**P**	**F**
2. Na czworokącie o kolejnych kątach 80°, 100°, 80°, 100° można opisać okrąg.	**P**	**F**

Zadanie 4. W trójkącie *ABC*: $|AB| = 9$, kąt *ACB* ma miarę 60°, kąt *BAC* ma miarę 45°. Oblicz $|BC|$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 5. W trójkącie *ABC*: $|BC| = 3\sqrt{2}$, $|AC| = 3\sqrt{3}$, kąt *BAC* ma miarę 45°. Oblicz miarę kąta *ABC*. Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką,...

Podgląd pokazał 12 z 38 stron. Pełna wersja: 38 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – najważniejsze wiadomości – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 2: Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – ćwiczenia – 8 zadań, 23 pkt
- Karta 3: Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – zadania typu maturalnego – 6 zadań, 23 pkt
- Karta 4: Kartkówka 1: twierdzenie sinusów i rozwiązywanie trójkątów – grupa A – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 5: Kartkówka 1: twierdzenie sinusów i rozwiązywanie trójkątów – grupa B – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 6: Kartkówka 2: czworokąty wpisane i opisane, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa – grupa A – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 7: Kartkówka 2: czworokąty wpisane i opisane, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa – grupa B – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 8: Sprawdzian: Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – grupa A – 10 zadań, 23 pkt
- Karta 9: Sprawdzian: Twierdzenie sinusów, rozwiązywanie trójkątów, czworokąty wpisane i opisane (zakres rozszerzony) – grupa B – 10 zadań, 23 pkt Karta 1 przypomina teorię i pokazu

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-liceum-klasa-2-zr-dzial-13-twierdzenie-sinusow-rozwiazywanie-trojkatow-c