PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW DZIAŁOWY · MATEMATYKA · KLASA 4 LO I TECHNIKUM · ZAKRES ROZSZERZONY

Dział 11. Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony

Permutacje, wariacje, kombinacje, symbol Newtona i jego własności, trójkąt Pascala, wybór miejsc, prawdopodobieństwo warunkowe, drzewo i twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym, wzór Bayesa, schemat Bernoullego, zapis wyniku (ułamek nieskracalny, zaokrąglenie), dowody tożsamości z symbolem Newtona. Dziewięć kart: teoria z przykładami, ćwiczenia, zadania typu maturalnego, dwie kartkówki (A i B) i sprawdzian (A i B) – z kluczem i zasadami oceniania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – najważniejsze wiadomości** Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka	4 zad. 10 pkt
2	**Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – ćwiczenia** Ćwiczę umiejętności z działu	8 zad. 24 pkt
3	**Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – zadania typu maturalnego** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	7 zad. 21 pkt
4	**Kartkówka 1: permutacje, wariacje, kombinacje – grupa A** 15 minut · 8 pkt	4 zad. 8 pkt
5	**Kartkówka 1: permutacje, wariacje, kombinacje – grupa B** 15 minut · 8 pkt	4 zad. 8 pkt
6	**Kartkówka 2: prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite, wzór Bayesa – grupa A** 15 minut · 9 pkt	4 zad. 9 pkt
7	**Kartkówka 2: prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite, wzór Bayesa – grupa B** 15 minut · 9 pkt	4 zad. 9 pkt
8	**Sprawdzian: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – grupa A** 60 minut · 23 pkt	9 zad. 23 pkt

9	**Sprawdzian: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – grupa B** 60 minut · 23 pkt	9 zad. 23 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości z działu i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku – od niej warto zacząć.
- Karta 2 to ćwiczenia, a karta 3 – zadania w formule matury 2027 (polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE).
- Karty 4–7 to dwie kartkówki (po 15 minut), każda w grupach A i B. Karty 8–9 to sprawdzian (45 minut) w grupach A i B – te same typy zadań i ta sama punktacja, inne liczby.
- Klucz na końcu zestawu zawiera odpowiedzi, przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE (kamienie milowe, błąd rachunkowy = −1 pkt).
- Osobny plik „Powtórka” zbiera definicje, wzory (z zaznaczeniem, które są w karcie wzorów CKE), typowe błędy i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: XI.R1–XI.R2, II.R4, XII.R1–XII.R2 (w tle XI.1–XI.2, XII.1); cele ogólne III.2, IV.1, IV.4; dowody PR pkt 1. Miejsce w seriach podręczników: NE ZPiR kl. 4 · Pazdro ZR kl. 3 (kombinatoryka) i kl. 4 (prawdopodobieństwo) · GWO ZR kl. 4 · technikum NE ZPiR kl. 4. Nazwy wydawnictw i serii podano tylko informacyjnie – materiał nie jest z nimi powiązany. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

PIERWSZA ŁAWKA

Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – najważniejsze wiadomości

Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka

KARTA 1/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Permutacje, wariacje, kombinacje.** Ze zbioru n różnych elementów: ustawienie wszystkich w ciąg – $n!$ sposobów (permutacje); ciąg k różnych elementów – $\frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$ sposobów (wariacje bez powtórzeń); ciąg k elementów, które mogą się powtarzać – n^k (wariacje z powtórzeniami); **zbiór** k elementów, gdy kolejność nie ma znaczenia – $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (kombinacje). Pytanie kontrolne: czy zamiana kolejności wybranych elementów daje inny wynik? Tak – wariacje, nie – kombinacje.
- **Symbol Newtona** (współczynnik dwumianowy): $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)}{k!}$, np. $\binom{11}{3} = \frac{11\cdot10\cdot9}{1\cdot2\cdot3} = 165$. Własności (II.R4): $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$, $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$, $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ (wybrać k elementów to to samo, co wskazać $n-k$ pominiętych), $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$ – każda liczba w trójkącie Pascala jest sumą dwóch liczb stojących nad nią:

n	wiersz trójkąta Pascala: $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \ldots, \binom{n}{n}$
0	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
7	1 7 21 35 35 21 7 1

- **Wybór miejsc.** Gdy na n miejscach ma stać dokładnie k jednakowych znaków, miejsca dla nich wybieramy na $\binom{n}{k}$ sposobów – a nie $n(n-1)\cdot\ldots$ („błąd multiplikacji" – matura 2024, zadanie z kombinatoryki rozwiązało 18% zdających). Potem pozostałe miejsca wypełniamy regułą mnożenia. Pamiętaj, że liczba nie zaczyna się od zera.
- **Prawdopodobieństwo warunkowe.** Dla $P(B) > 0$: $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$. W modelu klasycznym $P(A|B) = \frac{|A\cap B|}{|B|}$ – zdarzenie B staje się nowym zbiorem wszystkich wyników. $|\Omega|$ nie jest wtedy potrzebne i CKE nie daje za nie punktu (matura 2025 – poziom wykonania 14%). $P(A|B)$ i $P(B|A)$ to zwykle różne liczby.

- **Drzewo i twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym.** Jeżeli zdarzenia $B_1, B_2, \ldots, B_n$ parami się wykluczają, mają dodatnie prawdopodobieństwa i razem dają Ω, to $P(A) = P(A|B_1) \cdot P(B_1) + P(A|B_2) \cdot P(B_2) + \ldots + P(A|B_n) \cdot P(B_n)$. Na drzewie: prawdopodobieństwa wzdłuż gałęzi **mnożymy**, a ścieżki kończące się zdarzeniem A – **dodajemy**.
- **Wzór Bayesa** „odwraca" warunek: $P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i) \cdot P(B_i)}{P(A)}$, gdzie $P(A)$ obliczamy z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym. Na drzewie: ścieżka przez B_i kończąca się zdarzeniem A podzielona przez sumę wszystkich ścieżek kończących się zdarzeniem A. Wzór Bayesa jest w podstawie od 2024 r. i jeszcze nie było go w majowym arkuszu – warto go ćwiczyć.
- **Schemat Bernoullego** – n **niezależnych** powtórzeń tej samej próby o dwóch wynikach (sukces z prawdopodobieństwem p, porażka – $q = 1 - p$): prawdopodobieństwo dokładnie k sukcesów $P_n(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$. Czynnik $\binom{n}{k}$ liczy wybór prób zakończonych sukcesem. Nie stosujemy go przy losowaniu **bez zwracania** (próby zależą od siebie). „Co najmniej jeden sukces": $1 - q^n$.
- **Zapis wyniku.** Wynik podajemy tak, jak żąda polecenie: ułamek zwykły nieskracalny albo ułamek dziesiętny w zaokrągleniu, np. do części setnych. Skracając ułamek o wspólny czynnik, zapisz to jawnie – pominięcie czynnika „bez stosownego komentarza" kosztuje punkt. Pisz $|\Omega| = 216$, a nie „$\Omega = 216$".
- W „Wybranych wzorach matematycznych" CKE są: silnia, symbol Newtona i jego własności, wzór dwumianowy Newtona, permutacje, kombinacje, wariacje, prawdopodobieństwo warunkowe, twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym, twierdzenie Bayesa i schemat Bernoullego. Karta nie mówi, kiedy który wzór stosować – to trzeba umieć.

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. W grupie jest 7 chłopców i 5 dziewcząt. Oblicz, na ile sposobów można wybrać czteroosobową delegację, w której jest co najmniej jedna dziewczyna.

Kolejność osób w delegacji nie ma znaczenia – liczymy kombinacje. Wszystkich delegacji: $\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 495$.

Zdarzenie przeciwne – same chłopcy: $\binom{7}{4} = 35$. Delegacji z co najmniej jedną dziewczyną: $495 - 35 = 460$.

Uwaga: iloczyn $5 \cdot \binom{11}{3} = 825$ („najpierw jedna dziewczyna, potem dowolne trzy osoby") liczy kilka razy delegacje z dwiema i więcej dziewczętami.

Przykład 2. Oblicz, ile jest liczb sześciocyfrowych, w których zapisie występują dokładnie dwie cyfry 0.

Cyfra 0 nie może stać na pierwszym miejscu, więc miejsca dla dwóch zer wybieramy spośród pięciu ostatnich: $\binom{5}{2} = 10$ sposobów (obie cyfry to 0 – kolejność wyboru miejsc nie ma znaczenia).

Na czterech pozostałych miejscach stoją cyfry od 1 do 9: $9^4 = 6561$ sposobów.

Z reguły mnożenia: $10 \cdot 6561 = 65\,610$. Iloczyn $5 \cdot 4 \cdot 9^4$ liczy każdą parę miejsc dwa razy („błąd multiplikacji").

Przykład 3. Wykaż (dowód kombinatoryczny), że dla liczb całkowitych $0 < k < n$ prawdziwa jest równość $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.

Liczba $\binom{n}{k}$ to liczba k-elementowych podzbiorów zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$. Dzielimy te podzbiory na dwie rozłączne grupy.

1) Podzbiory zawierające element n: pozostałe $k-1$ elementów wybieramy spośród $n-1$ elementów – $\binom{n-1}{k-1}$ sposobów.

2) Podzbiory bez elementu n: wszystkie k elementów wybieramy spośród $n-1$ elementów – $\binom{n-1}{k}$ sposobów.

Każdy podzbiór należy do dokładnie jednej grupy, więc z reguły dodawania $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$. To należało wykazać.

Sprawdzenie równości dla kilku liczb (np. $n = 5$, $k = 2$) nie jest dowodem.

Przykład 4. Rzucamy trzy razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma liczb oczek jest równa 10, pod warunkiem że w każdym rzucie wypadła parzysta liczba oczek.

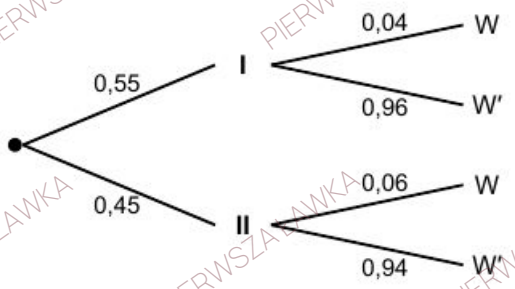
B – w każdym rzucie parzysta liczba oczek: trójki o wyrazach ze zbioru $\{2, 4, 6\}$, $|B| = 3^3 = 27$.

$A \cap B$ – trójki parzystych liczb o sumie 10: ustawienia liczb 2, 2, 6 (3 trójki) i liczb 2, 4, 4 (3 trójki), $|A \cap B| = 6$.

$P(A|B) = \dfrac{|A \cap B|}{|B|} = \dfrac{6}{27} = \dfrac{2}{9}$. Liczba $|\Omega| = 216$ nie jest tu potrzebna.

PIERWSZA ŁAWKA

Przykład 5. Linia I produkuje 55% wyrobów fabryki, a linia II – 45%. Wśród wyrobów linii I jest 4% wadliwych, a wśród wyrobów linii II – 6% wadliwych. Losujemy jeden wyrób. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest on wadliwy. Wylosowany wyrób okazał się wadliwy – oblicz prawdopodobieństwo, że pochodzi z linii I.



W – wyrób wadliwy. Z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym (dwie ścieżki drzewa kończące się W):

$P(W) = 0{,}55 \cdot 0{,}04 + 0{,}45 \cdot 0{,}06 = 0{,}022 + 0{,}027 = 0{,}049.$

Ze wzoru Bayesa: $P(I|W) = \frac{0{,}55 \cdot 0{,}04}{0{,}049} = \frac{0{,}022}{0{,}049} = \frac{22}{49} \approx 0{,}45.$

Przykład 6. Rzucamy sześć razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że szóstka wypadnie dokładnie dwa razy, oraz prawdopodobieństwo, że wypadnie co najmniej raz.

Sukces – wypadnie szóstka: $p = \frac{1}{6}$, $q = \frac{5}{6}$, $n = 6$ niezależnych prób.

$P_6(2) = \binom{6}{2} \cdot (\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^4 = 15 \cdot \frac{625}{46\,656} = \frac{3125}{15\,552} \approx 0{,}20.$

Co najmniej jeden sukces: $1 - q^6 = 1 - \frac{15\,625}{46\,656} = \frac{31\,031}{46\,656} \approx 0{,}67.$

ZADANIA

Zadanie 1. Oblicz. ___ / 4 pkt

1. $5! =$ _____
2. $\binom{7}{2} =$ _____
3. $\binom{10}{8} =$ _____
4. $\frac{6!}{4!} =$ _____

Zadanie 2. Na ile sposobów można wybrać trzyosobowy zespół spośród 8 osób? ___ / 1 pkt

A. 336 **B.** 512 **C.** 56 **D.** 24

Zadanie 3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. $\binom{9}{0} = 0$	**P**	**F**
2. $\binom{15}{13} = \binom{15}{2}$	**P**	**F**
3. $\binom{6}{2} + \binom{6}{3} = \binom{7}{3}$	**P**	**F**

Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – ćwiczenia

Ćwiczę umiejętności z działu

KARTA 2/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 24 pkt

Zadanie 1. Dopasuj do każdej sytuacji (1–4) liczbę sposobów (a–d). ___ / 4 pkt

1. ustawienie 6 osób w kolejce
2. wybór przewodniczącego i jego zastępcy spośród 6 osób
3. wybór dwóch dyżurnych spośród 6 osób
4. dwuznakowy kod z cyfr od 1 do 6 (cyfry mogą się powtarzać)

a) $6^2 = 36$

b) $\binom{6}{2} = 15$

c) $6! = 720$

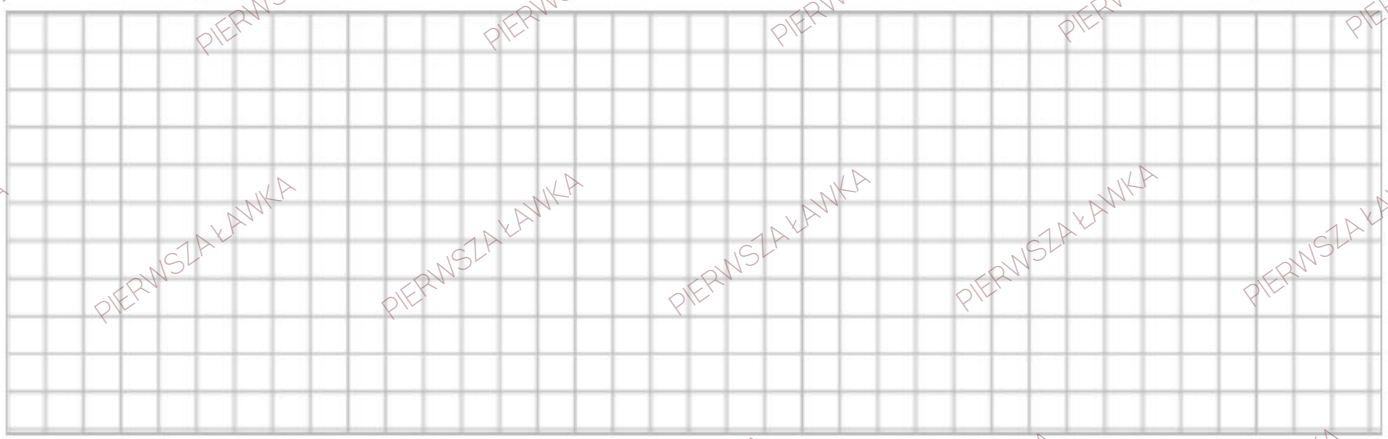
d) $6 \cdot 5 = 30$

1 ____ 2 ____ 3 ____ 4 ____

Zadanie 2. Uzupełnij, korzystając z własności symbolu Newtona. ___ / 3 pkt

1. $\binom{7}{3} =$ _____
2. $\binom{9}{4} + \binom{9}{5} =$ _____
3. Liczba naturalna n, dla której $\binom{n}{2} = 28$, jest równa _____ .

Zadanie 3. W grupie jest 10 uczniów, wśród nich Ania i Bartek. Wybieramy czteroosobowy zespół. a) Ile jest wszystkich zespołów? b) Ile jest zespołów, w których nie ma jednocześnie Ani i Bartka? c) Na ile sposobów można wybrać zespół i jego przewodniczącego (spośród członków zespołu)? ___ / 3 pkt



Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 4. W tabeli przedstawiono, ilu uczniów klasy 4c nosi okulary.

	nosi okulary	nie nosi okularów
dziewczęta	5	7
chłopcy	4	14

Losujemy jednego ucznia tej klasy. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowano dziewczynę, jeżeli wiadomo, że wylosowana osoba nosi okulary. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana osoba nosi okulary, jeżeli wiadomo, że jest dziewczyną. ___ / 2 pkt

Zadanie 5. Rzucamy kostką do gry. Jeżeli wypadnie szóstka, to losujemy kulę z urny I, w której są 3 kule białe i 2 czarne. W przeciwnym razie losujemy kulę z urny II, w której jest 1 kula biała i 4 czarne. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej. Oblicz prawdopodobieństwo, że wypadła szóstka, jeżeli wiadomo, że wylosowano kulę białą. ___ / 3 pkt

Zadanie 6. Wśród wiadomości przychodzących na skrzynkę 20% to spam. Filtr oznacza jako spam 95% wiadomości będących spamem i 2% zwykłych wiadomości. Oblicz prawdopodobieństwo, że wiadomość oznaczona przez filtr jako spam rzeczywiście jest spamem. Wynik podaj w zaokrągleniu do części setnych. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 7. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Z urny z 2 kulami białymi i 3 czarnymi losujemy bez zwracania trzy kule. Liczbę wylosowanych kul białych można obliczać schematem Bernoullego.	**P**	**F**
2. Prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie dwóch orłów w czterech rzutach symetryczną monetą jest równe $\frac{3}{8}$.	**P**	**F**
3. W schemacie Bernoullego prawdopodobieństwo co najmniej jednego sukcesu w n próbach jest równe $1 - q^n$.	**P**	**F**

Zadanie 8. Pociąg regionalny spóźnia się w danym dniu z prawdopodobieństwem 0,1 (niezależnie od innych dni). Obserwujemy go przez 5 dni. Oblicz prawdopodobieństwo, że spóźni się co najmniej raz (wynik w zaokrągleniu do części setnych) oraz że spóźni się dokładnie dwa razy. ___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – zadania typu maturalnego

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

KARTA 3/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 21 pkt

Zadanie 1. Oblicz, ile jest liczb naturalnych sześciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0, dokładnie dwie cyfry 7, a pozostałe trzy cyfry są różnymi cyframi nieparzystymi różnymi od 7. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 2. Ze zbioru { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 } losujemy jednocześnie trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb jest parzysta, pod warunkiem że wśród wylosowanych liczb jest liczba 5. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 1: permutacje, wariacje, kombinacje – grupa A

KARTA **4/9**

15 minut · 8 pkt

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

Zadanie 1. Oblicz. ___ / 2 pkt

1. $\binom{9}{3}$ = _____

2. $\frac{7!}{5!}$ = _____

Zadanie 2. Na ile sposobów można spośród 10 osób wybrać przewodniczącego, zastępcę i skarbnika (trzy różne osoby)? ___ / 1 pkt

A. 720 **B.** 30 **C.** 120 **D.** 1000

Zadanie 3. Oblicz, ile jest liczb pięciocyfrowych, w których zapisie występują dokładnie dwie cyfry 4, a pozostałe cyfry są nieparzyste. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Na ile sposobów można ustawić 7 osób w kolejce tak, aby Ola i Piotr stali obok siebie? Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Sprawdzian: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – grupa A

60 minut · 23 pkt

KARTA 8/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 23 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Liczba wszystkich sposobów wybrania dwuosobowej delegacji spośród 15 osób jest równa

___ / 1 pkt

A. 210 **B.** 30 **C.** 225 **D.** 105

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Rzucamy cztery razy symetryczną monetą. Prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie trzech orłów jest równe

___ / 1 pkt

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{3}{16}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{16}$

Zadanie 3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. $\binom{12}{5} = \binom{12}{7}$	**P**	**F**
2. $\binom{8}{3} + \binom{8}{4} = \binom{9}{3}$	**P**	**F**

Zadanie 4. W grupie jest 9 kobiet i 6 mężczyzn. Oblicz, na ile sposobów można wybrać pięcioosobową komisję, w której są dokładnie dwaj mężczyźni. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 5. Ze zbioru { 1, 2, 3, …, 11 } losujemy jednocześnie dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo, że obie wylosowane liczby są parzyste, pod warunkiem że ich suma jest parzysta. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką, matematyka, klasa 4 LO i technikum

Podgląd pokazał 12 z 37 stron. Pełna wersja: 37 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – najważniejsze wiadomości – 4 zadania, 10 pkt
- Karta 2: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – ćwiczenia – 8 zadań, 24 pkt
- Karta 3: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – zadania typu maturalnego – 7 zadań, 21 pkt
- Karta 4: Kartkówka 1: permutacje, wariacje, kombinacje – grupa A – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 5: Kartkówka 1: permutacje, wariacje, kombinacje – grupa B – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 6: Kartkówka 2: prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite, wzór Bayesa – grupa A – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 7: Kartkówka 2: prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite, wzór Bayesa – grupa B – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 8: Sprawdzian: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – grupa A – 9 zadań, 23 pkt
- Karta 9: Sprawdzian: Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – zakres rozszerzony – grupa B – 9 zadań, 23 pkt Karta 1 przypomina teorię i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-liceum-klasa-4-zr-dzial-11-kombinatoryka-i-prawdopodobienstwo-zakres-ro