PIERWSZA ŁAWKA · ZBIÓR ZADAŃ MATURALNYCH · PP · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM PODSTAWOWY

Rozdział 7. Trygonometria

Funkcje trygonometryczne kątów od 0° do 180° (wartości dla 30°, 45°, 60° i kątów rozwartych), obliczanie pozostałych funkcji z jednej, tożsamości $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ i $\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$, trójkąt prostokątny, twierdzenie cosinusów, pole $\frac{1}{2}ab\sin\gamma$ – zadania 17–23 arkusza podstawowego. 67 zadań maturalnych z matematyki (poziom podstawowy) w trzech sekcjach: wprowadzające, maturalne i trudniejsze, z repetytorium, wzorcowymi rozwiązaniami i kluczem z zasadami oceniania w stylu CKE.

Karta	Temat	Zadania
1	**Rozdział 7. Trygonometria – repetytorium** Najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania, jak oceni to CKE	4 zad. 9 pkt
2	**A. Zadania wprowadzające – Trygonometria** Proste ćwiczenia umiejętności z tematu	10 zad. 32 pkt
3	**A. Zadania wprowadzające – trening: Trygonometria** Zadania krok po kroku	7 zad. 13 pkt
4	**B. Zadania maturalne – Trygonometria** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	26 zad. 50 pkt
5	**B. Zadania maturalne – Trygonometria** Na poziomie arkuszy CKE 2025–2026	15 zad. 21 pkt
6	**C. Zadania trudniejsze – Trygonometria** Nietypowe ujęcia i zadania wieloetapowe	5 zad. 9 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Rozdział zaczyna się od repetytorium: najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania krok po kroku i to, jak CKE ocenia ten typ zadań.
- Sekcja A to zadania wprowadzające, sekcja B – zadania maturalne (formuły poleceń i punktacja jak w arkuszach CKE), sekcja C – zadania trudniejsze.
- Na końcu jest klucz: odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE.
- Osobny plik „Powtórka" zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy i test „Sprawdź się".

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: VII.1–VII.4, VIII.12 (+ VIII.2); cele ogólne II.1, III.1, IV.4. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Rozdział 7. Trygonometria – repetytorium

Najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania, jak oceni to CKE

KARTA 1/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Gdzie w arkuszu.** Trygonometria (dział VII) to zadania 17–23 arkusza PP. Co roku jest tożsamość albo „z jednej funkcji – pozostałe” (w 4 z 4 arkuszy majowych 2023–2026). W 2025 i 2026 r. – kąt ostry w trójkącie prostokątnym, w 2023 i 2024 r. – kąt rozwarty w układzie współrzędnych, w 2025 r. – P/F z twierdzeniem cosinusów i polem. Zwykle są to 2–4 zadania zamknięte po 1 pkt. W próbnej maturze z marca 2026 r. było zadanie otwarte za 2 pkt: wartość wyrażenia dla kąta rozwartego o danym sinusie.
- **Definicje.** W trójkącie prostokątnym dla kąta ostrego α: sinus = przyprostokątna naprzeciw kąta : przeciwprostokątna, cosinus = przyprostokątna przy kącie : przeciwprostokątna, tangens = przyprostokątna naprzeciw kąta : przyprostokątna przy kącie. Dla kąta od 0° do 180°: jeśli drugie ramię kąta przechodzi przez punkt $P = (x, y)$ i $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, to $\sin\alpha = \frac{y}{r}$, $\cos\alpha = \frac{x}{r}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}$ (dla $x \neq 0$). Kąt rozwarty: sinus dodatni, cosinus i tangens ujemne.

kąt	30°	45°	60°	120°	135°	150°
sinus	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
cosinus	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
tangens	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

- **Kąty rozwarte.** $\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$, $\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$, $\operatorname{tg}(180° - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$ (wzory redukcyjne są w karcie wzorów). Przykład: $\cos 135° = -\cos 45°$.
- **Z jednej funkcji – pozostałe (3 kroki).** 1) Z jedynki trygonometrycznej $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ oblicz kwadrat brakującej funkcji. 2) **Wybierz znak**: dla kąta ostrego wszystkie funkcje są dodatnie, dla rozwartego cosinus i tangens są ujemne – w zasadach oceniania próbnej matury 2026 r. zapisano to zdaniem „kąt jest rozwarty, więc cosinus jest ujemny”. 3) Tangens: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$. Dla kąta ostrego szybciej bywa narysować trójkąt pomocniczy o przyprostokątnych odczytanych z tangensa.
- **Tożsamości – trzy typy.** a) Uprość wyrażenie: zamień tangens na iloraz sinusa i cosinusa, wyłącz wspólny czynnik, użyj jedynki (np. $\frac{1 - \sin^2\alpha}{\cos\alpha} = \cos\alpha$). b) Równanie $p\sin\alpha = q\cos\alpha$ dla kąta ostrego: podziel obie strony przez $\cos\alpha \neq 0$ – otrzymasz $\operatorname{tg}\alpha = \frac{q}{p}$. c) Dana suma albo różnica sinusa i cosinusa: podnieś ją do kwadratu, bo $(\sin\alpha \pm \cos\alpha)^2 = 1 \pm 2\sin\alpha\cos\alpha$.

Przykład 3. (zadanie otwarte, 2 pkt) W trójkącie *ABC* kąt *ACB* jest prosty, $|AC| = 45$ i $\operatorname{tg}\alpha = \frac{28}{45}$, gdzie α jest kątem *BAC*. Oblicz $|AB|$ i $\sin\alpha$.

Przy kącie α leży przyprostokątna *AC*, naprzeciw – *BC*.

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{|BC|}{|AC|}$, więc $|BC| = 45 \cdot \frac{28}{45} = 28$ *(1 pkt – istotny krok)*.

Z twierdzenia Pitagorasa $|AB| = \sqrt{45^2 + 28^2} = \sqrt{2809} = 53$, a $\sin\alpha = \frac{|BC|}{|AB|} = \frac{28}{53}$ *(2 pkt)*.

Typowy błąd: $\sin\alpha = \frac{45}{53}$ – to cosinus (przyprostokątna przy kącie).

Przykład 4. (zadanie otwarte) Trójkąt ma boki długości 16, 19 i 21. Oblicz miarę kąta leżącego naprzeciw boku 19 i pole tego trójkąta. Ustal, czy trójkąt jest ostrokątny.

Twierdzenie cosinusów dla boku 19: $19^2 = 16^2 + 21^2 - 2 \cdot 16 \cdot 21\cos\gamma$, czyli $361 = 697 - 672\cos\gamma$.

Stąd $\cos\gamma = \frac{336}{672} = \frac{1}{2}$ i $\gamma = 60°$. Pole: $P = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 21 \cdot \sin 60° = 168 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 84\sqrt{3}$.

Największy kąt leży naprzeciw boku 21: $\cos\beta = \frac{16^2 + 19^2 - 21^2}{2 \cdot 16 \cdot 19} = \frac{176}{608} = \frac{11}{38} > 0$. Ten kąt jest ostry, więc trójkąt jest ostrokątny.

ZADANIA

Zadanie 1. Oblicz. ___ / 4 pkt

1. $\operatorname{tg} 60° \cdot \cos 30° =$ _____
2. $\sin^2 45° + \cos 120° =$ _____
3. $\sin 150° - \cos 150° =$ _____
4. $\cos^2 60° + \operatorname{tg} 45° =$ _____

Zadanie 2. Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg}\alpha = 2{,}4$. Wtedy $\cos\alpha$ jest równy ___ / 1 pkt

A. $\frac{5}{13}$ **B.** $\frac{13}{12}$ **C.** $\frac{5}{12}$ **D.** $\frac{12}{13}$

Zadanie 3. Oceń, czy nierówność jest prawdziwa (P), czy fałszywa (F). ___ / 3 pkt

1. $\sin 130° > 0$	**P**	**F**
2. $\cos 95° > 0$	**P**	**F**
3. $\operatorname{tg} 170° < 0$	**P**	**F**

Zadanie 4. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 26, a jeden z jego kątów ostrych ma miarę 30°. Dłuższa przyprostokątna tego trójkąta ma długość ___ / 1 pkt

A. $26\sqrt{3}$ **B.** $13\sqrt{2}$ **C.** 13 **D.** $13\sqrt{3}$

PIERWSZA ŁAWKA

A. Zadania wprowadzające – Trygonometria

KARTA 2/6

Proste ćwiczenia umiejętności z tematu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 32 pkt

Zadanie 1. Uzupełnij, korzystając z tabeli wartości. ___ / 6 pkt

1. $\sin 30° =$ _____
2. $\cos 45° =$ _____
3. $\operatorname{tg} 60° =$ _____
4. $\cos 60° =$ _____
5. $\sin 120° =$ _____
6. $\cos 150° =$ _____

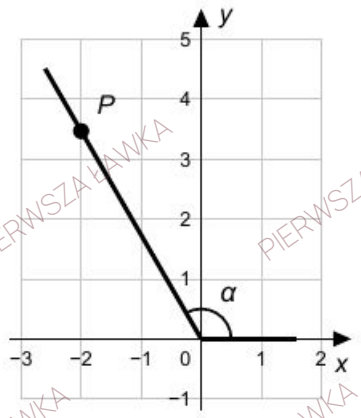
Zadanie 2. Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 8 i 15, a przeciwprostokątna – 17. Sinus kąta leżącego naprzeciw boku długości 8 jest równy ___ / 1 pkt

A. $\frac{17}{8}$ **B.** $\frac{8}{17}$ **C.** $\frac{8}{15}$ **D.** $\frac{15}{17}$

Zadanie 3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. $\sin 100° > 0$	**P**	**F**
2. $\cos 100° > 0$	**P**	**F**
3. $\operatorname{tg} 135° = -1$	**P**	**F**

Zadanie 4. Kąt α ma wierzchołek w punkcie $O = (0, 0)$, jedno ramię na dodatniej półosi Ox, a drugie przechodzi przez punkt $P = (-2, 2\sqrt{3})$ (zobacz rysunek). Uzupełnij. ___ / 5 pkt



1. $|OP| =$ _____
2. $\sin \alpha =$ _____
3. $\cos \alpha =$ _____
4. $\operatorname{tg} \alpha =$ _____
5. Miara kąta: $\alpha =$ _____

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 5. Dopasuj do każdego kąta (1–4) wartość jego cosinusa (a–e). Jedna wartość nie pasuje do żadnego kąta. ___ / 4 pkt

1. 30°
2. 135°
3. 90°
4. 120°

a) $-\frac{1}{2}$

b) 0

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\frac{1}{2}$

1 ____ 2 ____ 3 ____ 4 ____

Zadanie 6. Kąt α jest ostry i tg α = 2. Oblicz sin α i cos α. ___ / 3 pkt

Zadanie 7. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 12, a jeden z jego kątów ostrych ma miarę 60°. Oblicz długości przyprostokątnych, obwód i pole tego trójkąta. ___ / 3 pkt

Zadanie 8. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Istnieje kąt α, dla którego sin α = 0,6 i cos α = 0,7.	**P**	**F**
2. Dla każdego kąta ostrego α zachodzi równość $\cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.	**P**	**F**
3. sin 40° = cos 50°	**P**	**F**

PIERWSZA ŁAWKA

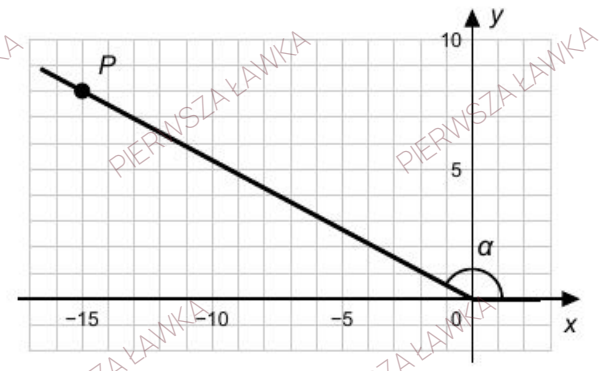
A. Zadania wprowadzające – trening: Trygonometria

KARTA 3/6

Zadania krok po kroku

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 13 pkt

Zadanie 1. Drugie ramię kąta α przechodzi przez punkt $P = (-15, 8)$ (zobacz rysunek). Uzupełnij. ___ / 3 pkt



1. $\sin\alpha =$ _____ 2. $\cos\alpha =$ _____ 3. $\operatorname{tg}\alpha =$ _____

Zadanie 2. Kąt α jest rozwarty i $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Tangens kąta α jest równy ___ / 1 pkt

A. 2 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** -2

Zadanie 3. Oceń, czy równość jest prawdziwa dla każdego kąta ostrego α (P), czy nie (F). ___ / 3 pkt

1. $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 2\sin\alpha\cos\alpha = 1$	**P**	**F**
2. $\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\alpha = \sin\alpha$	**P**	**F**
3. $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = 1$	**P**	**F**

Zadanie 4. Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\frac{\sin^3\alpha + \sin\alpha\cos^2\alpha}{\cos\alpha}$ jest równe ___ / 1 pkt

A. $\operatorname{tg}\alpha$ **B.** $\frac{1}{\cos\alpha}$ **C.** $\sin^2\alpha$ **D.** $\sin\alpha$

Zadanie 5. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 12, a sinus jednego z jego kątów ostrych jest równy $\frac{1}{3}$. Oblicz pole tego trójkąta. ___ / 2 pkt

B. Zadania maturalne – Trygonometria

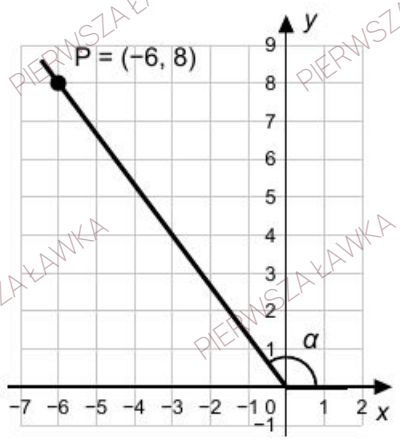
KARTA 4/6

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 50 pkt

Zadanie 1. Kąt α ma wierzchołek w punkcie $O = (0, 0)$. Jedno ramię kąta pokrywa się z dodatnią półosią Ox, a drugie przechodzi przez punkt $P = (-6, 8)$ (zobacz rysunek).
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Cosinus kąta α jest równy

___ / 1 pkt



A. $-\frac{4}{5}$ **B.** $-\frac{3}{5}$ **C.** $-\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{3}{5}$

Zadanie 2. Kąt α jest rozwarty i $\cos\alpha = -\frac{2}{3}$.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Tangens kąta α jest równy

___ / 1 pkt

A. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$ **C.** $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ **D.** $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

Zadanie 3. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Dla każdego kąta ostrego α wartość wyrażenia $(1 - \cos\alpha)(1 + \cos\alpha) - \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha$ jest równa

___ / 1 pkt

A. 0 **B.** 1 **C.** $2\sin^2\alpha$ **D.** $\cos^2\alpha$

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 4. W trójkącie prostokątnym *ABC* kąt przy wierzchołku *C* jest prosty, |*BC*| = 7 i |*AB*| = 25 (zobacz rysunek).
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Sinus kąta *ABC* jest równy

___ / 1 pkt



A. $\frac{24}{7}$ **B.** $\frac{7}{25}$ **C.** $\frac{24}{25}$ **D.** $\frac{7}{24}$

Zadanie 5. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. sin 150° = cos 60°	**P**	**F**
2. tg 120° = tg 60°	**P**	**F**

Zadanie 6. Drabina o długości 4 m jest oparta o pionową ścianę i tworzy z poziomym podłożem kąt 60°.
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

___ / 2 pkt

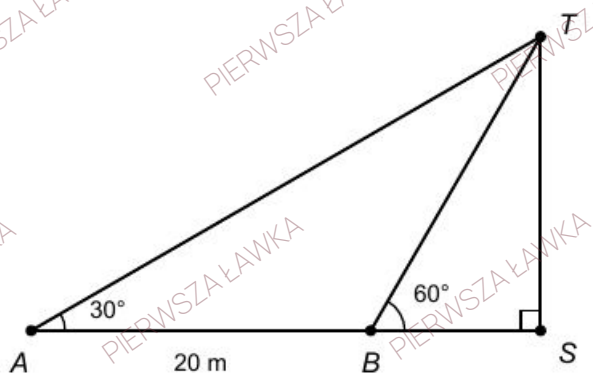
1. Dolny koniec drabiny jest odległy od ściany o _____ m.
2. Górny koniec drabiny znajduje się na wysokości _____ m.

Zadanie 7. Kąt α jest ostry i tg α = $\frac{1}{3}$. Oblicz wartość wyrażenia sin α · cos α. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 8. Z punktu *A* szczyt *T* pionowego masztu *ST* widać pod kątem 30° do poziomu, a z punktu *B*, położonego o 20 m bliżej masztu, – pod kątem 60°. Punkty *A*, *B*, *S* leżą na jednej poziomej prostej (zobacz rysunek). Oblicz wysokość masztu. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt



Zadanie 9. Uzupełnij. ___ / 4 pkt

1. sin 150° = _____
2. cos 120° = _____
3. tg 45° = _____
4. tg 150° = _____

Zadanie 10. Kąt α ma wierzchołek w punkcie (0, 0), jedno ramię na dodatniej półosi *Ox*, a drugie przechodzi przez punkt *P* = (−12, 5).
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Sinus kąta α jest równy ___ / 1 pkt

A. $-\frac{5}{12}$ **B.** $-\frac{12}{13}$ **C.** $\frac{12}{13}$ **D.** $\frac{5}{13}$

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 11. Kąt α jest rozwarty i $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Oblicz $\cos\alpha$ i $\operatorname{tg}\alpha$. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 12. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 2 pkt

1. $\sin 110° > 0$	**P**	**F**
2. $\cos 170° > 0$	**P**	**F**

Zadanie 13. W trójkącie prostokątnym *ABC* kąt przy wierzchołku *C* jest prosty, $|AC| = 9$, a tangens kąta *BAC* jest równy $\frac{4}{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przeciwprostokątna *AB* ma długość ___ / 1 pkt

A. $9\sqrt{2}$ **B.** 15 **C.** 21 **D.** 12

Zadanie 14. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 14, a jeden z kątów ostrych ma miarę 30°. Oblicz obwód i pole tego trójkąta. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 15. Wykaż, że dla każdego kąta ostrego α prawdziwa jest równość

$$\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} + \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}.$$

___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom podstawowy) – zbiór zadań, rozdział 7: Trygonometria, z odpowiedziami

Podgląd pokazał 10 z 33 stron. Pełna wersja: 33 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Rozdział 7. Trygonometria – repetytorium – 4 zadania, 9 pkt
- A. Zadania wprowadzające – Trygonometria – 10 zadań, 32 pkt
- A. Zadania wprowadzające – trening: Trygonometria – 7 zadań, 13 pkt
- B. Zadania maturalne – Trygonometria – 26 zadań, 50 pkt
- B. Zadania maturalne – Trygonometria – 15 zadań, 21 pkt
- C. Zadania trudniejsze – Trygonometria – 5 zadań, 9 pkt Na końcu: klucz do zadań zamkniętych, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych (kamienie milowe, uwa

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/matematyka-matura-pp-zbior-zadan-rozdzial-07-trygonometria