Jak przeprowadzić cykl – wskazówki dla nauczyciela

Przygotowanie

- Wydrukuj karty pracy do lekcji 1–5 (po jednej na ucznia) i sprawdzian w grupach A i B.
- Do lekcji 1 przygotuj paski papieru, do lekcji 2 – kartki w kratkę, do lekcji 4 – kalkulatory.
- Kalkulator służy tylko do sprawdzania rozwinięć dziesiętnych na lekcji 4. Na sprawdzianie kalkulatora nie ma.

Ocenianie

- Sprawdzian sprawdza wszystkie typy działań z cyklu: ułamki zwykłe, liczby mieszane, ułamki dziesiętne, porównywanie, kolejność działań i zadanie tekstowe.
- W zadaniach „Oblicz” przyznaj 1 pkt za każdy poprawny wynik. Wynik nieskrócony albo ułamek niewłaściwy zamiast liczby mieszanej też jest poprawny.
- Zadanie otwarte oceniaj według zasad w kluczu: punkt za każdy poprawny etap, także gdy kolejny etap ma błąd rachunkowy.

Najczęstsze błędy w tym temacie

- Dodawanie mianowników: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$.
- Zła liczba miejsc po przecinku w iloczynie ułamków dziesiętnych.
- Odwracanie dzielnej zamiast dzielnika.
- Liczenie wyrażeń od lewej do prawej bez kolejności działań.

PIERWSZA ŁAWKA

LEKCJA 1 Z 5 · DZIAŁANIA NA UŁAMKACH ZWYKŁYCH I DZIESIĘTNYCH

Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych i liczb mieszanych

Pytanie kluczowe: dlaczego $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ nie jest równe $\frac{2}{5}$?

Uczniowie powinni umieć skracać i rozszerzać ułamki oraz znajdować wspólną wielokrotność dwóch liczb.



Przedmiot	Matematyka
Klasa	klasa 6
Cykl	Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych – lekcja 1 z 5
Temat lekcji	**Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych i liczb mieszanych**
Czas	45 minut
Metody	pogadanka z przykładami na tablicy, rysunek pomocniczy (paski ułamkowe), praca z błędem, ćwiczenia przy tablicy
Formy pracy	praca z całą klasą, praca w parach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne	karta pracy do lekcji 1, kolorowa kreda lub markery, paski papieru do składania (po 2 na ucznia)

Cel ogólny

Sprawne dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych o różnych mianownikach oraz liczb mieszanych.

Cele operacyjne – uczeń po lekcji:

- Uczeń dodaje i odejmuje ułamki o jednakowych mianownikach.
- Uczeń sprowadza ułamki do wspólnego mianownika i dodaje je lub odejmuje.
- Uczeń dodaje i odejmuje liczby mieszane, także z zamianą całości na ułamek.
- Uczeń skraca wynik i zapisuje ułamek niewłaściwy w postaci liczby mieszanej.

Cele w języku ucznia

- Dodam i odejmę ułamki o różnych mianownikach.
- Dodam i odejmę liczby mieszane.
- Skrócę wynik, jeśli to możliwe.

Wymagania z podstawy programowej

- **IV.3** – skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- **IV.4** – sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;
- **IV.5** – przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego;
- **V.1** – dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane;

Źródło: podstawa programowa z 2017 r. w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996) – obowiązuje w klasach 5–8 w roku szkolnym 2026/2027 i na egzaminie ósmoklasisty w latach 2027–2030.

Kryteria sukcesu

- Przed dodawaniem sprawdzam, czy mianowniki są równe.
- Dodaję tylko liczniki, mianownik zostaje taki sam.
- W liczbach mieszanych dodaję osobno całości i osobno ułamki.
- Wynik skracam i zamieniam na liczbę mieszaną.

Przebieg lekcji

Czas	Faza	Co robi nauczyciel	Co robią uczniowie
0–5 min	Wprowadzenie i cele	• Zapisuje temat. Pyta: „Ile to jest $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$?”. Rysuje pasek podzielony na 9 części. • Oczekiwana odpowiedź: $\frac{7}{9}$. Pyta: „Dlaczego mianownik się nie zmienił?” – bo dziewiąte części dodajemy do dziewiątych. • Odczytuje cele w języku ucznia i kryteria sukcesu.	• Odpowiadają ustnie, wyjaśniają, że dodajemy liczniki. • Zapisują temat i przykład.

5–15 min	Różne mianowniki	• Pisze: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Pyta, kto otrzymał $\frac{2}{5}$. Pokazuje, że $\frac{2}{5}$ jest mniej niż $\frac{1}{2}$, więc to niemożliwe. • Rozszerza do szóstych: $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. Mówi: „Wspólny mianownik to liczba, która dzieli się przez oba mianowniki". • Drugi przykład: $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$. Pyta: „Czy 24 też byłoby dobre?" – tak, ale wtedy trzeba skracać wynik.	• Szukają najmniejszego wspólnego mianownika. • Rozszerzają ułamki i liczą w zeszytach.
15–27 min	Liczby mieszane	• Pisze: $2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4}$. Całości: 2 + 1 = 3. Ułamki: $\frac{4}{12} + \frac{9}{12} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$. Wynik: $4\frac{1}{12}$. • Odejmowanie z „pożyczaniem": $5\frac{1}{6} - 2\frac{3}{4} = 5\frac{2}{12} - 2\frac{9}{12}$. Pyta: „Czy od $\frac{2}{12}$ odejmę $\frac{9}{12}$?" – nie, zamieniamy 1 całość: $4\frac{14}{12} - 2\frac{9}{12} = 2\frac{5}{12}$. • Pokazuje drugi sposób: zamiana na ułamki niewłaściwe.	• Liczą razem z nauczycielem, jeden uczeń przy tablicy. • Porównują oba sposoby i wybierają wygodniejszy.
27–40 min	Praca z kartą	• Poleca wykonać zadania 1–3 z karty samodzielnie, a zadanie 4 w parach. • Chodzi po klasie i sprawdza, czy uczniowie skracają wyniki.	• Rozwiązują zadania z karty. • W parach porównują wyniki zadania 4.
40–45 min	Podsumowanie	• Pyta: „Co robię najpierw, gdy mianowniki są różne?", „Co robię, gdy ułamek w odjemnej jest za mały?". • Uczniowie oceniają kciukiem kryteria sukcesu.	• Formułują reguły własnymi słowami. • Oceniają swoją pracę.

Typowe trudności uczniów

- Dodawanie liczników i mianowników: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$ – pokazuję na pasku, że wynik jest za mały.
- Odejmowanie liczb mieszanych, gdy ułamek w odjemnej jest mniejszy – uczniowie odejmują „na odwrót".
- Brak skracania wyniku albo pozostawienie ułamka niewłaściwego.

Podgląd • Pierwsza Ławka

Karta pracy do lekcji 1

Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych i liczb mieszanych

12 pkt RAZEM

Imię i nazwisko ..... Data ..... Wynik: ..... / 12 pkt

Podpowiedź: 1/4 + 2/4 = 3/4 – przy równych mianownikach dodaję tylko liczniki.

1 Oblicz. Skróć wynik, jeśli to możliwe. ___ / 6 pkt

a. $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$ _____

b. $\frac{7}{10} - \frac{3}{10} =$ _____

c. $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} =$ _____

d. $\frac{5}{6} - \frac{1}{4} =$ _____

e. $2\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3} =$ _____

f. $4\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2} =$ _____

2 Ile wynosi $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$? ___ / 1 pkt

A. $\frac{3}{12}$ B. $\frac{11}{12}$ C. $\frac{2}{12}$ D. $\frac{3}{7}$

3 Oceń zdania. Otocz kółkiem P albo F. ___ / 3 pkt

1. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$	P	F
2. $\frac{3}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$	P	F
3. $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 3$	P	F

4 Ola szła do lasu $1\frac{3}{4}$ km, a wracała inną drogą $2\frac{1}{3}$ km. Ile kilometrów przeszła razem? O ile kilometrów dłuższa była droga powrotna? Napisz obliczenia i odpowiedź. ___ / 2 pkt

LEKCJA 2 Z 5 · DZIAŁANIA NA UŁAMKACH ZWYKŁYCH I DZIESIĘTNYCH

Mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych i liczb mieszanych

Pytanie kluczowe: dlaczego po pomnożeniu przez ułamek mniejszy od 1 wynik jest mniejszy? Uczniowie powinni umieć skracać ułamki i zamieniać liczby mieszane na ułamki niewłaściwe.



2/3 · 4/5 = 8/15

Przedmiot	Matematyka
Klasa	klasa 6
Cykl	Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych – lekcja 2 z 5
Temat lekcji	**Mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych i liczb mieszanych**
Czas	45 minut
Metody	pogadanka z przykładami, rysunek prostokąta podzielonego na kratki, praca z błędem, ćwiczenia przy tablicy
Formy pracy	praca z całą klasą, praca w parach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne	karta pracy do lekcji 2, kartki w kratkę, kolorowe kredki

Cel ogólny

Mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych i liczb mieszanych oraz obliczanie ułamka liczby.

Cele operacyjne – uczeń po lekcji:

- Uczeń mnoży ułamki zwykłe i skraca przed mnożeniem.
- Uczeń mnoży liczby mieszane po zamianie na ułamki niewłaściwe.
- Uczeń podaje odwrotność liczby i dzieli ułamki, mnożąc przez odwrotność.
- Uczeń oblicza ułamek danej liczby i kwadrat ułamka.

Cele w języku ucznia

- Pomnożę ułamki i skrócę je przed mnożeniem.
- Podzielę ułamki, mnożąc przez odwrotność.
- Obliczę ułamek liczby.

Wymagania z podstawy programowej

- **V.1** – dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane;
- **V.4** – oblicza ułamek danej liczby całkowitej;
- **V.5** – oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;

Źródło: podstawa programowa z 2017 r. w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996) – obowiązuje w klasach 5–8 w roku szkolnym 2026/2027 i na egzaminie ósmoklasisty w latach 2027–2030.

Kryteria sukcesu

- Mnożę licznik przez licznik i mianownik przez mianownik.
- Liczby mieszane zamieniam na ułamki niewłaściwe przed mnożeniem i dzieleniem.
- Dzielenie zamieniam na mnożenie przez odwrotność dzielnika.
- Ułamek liczby obliczam, mnożąc ułamek przez tę liczbę.

Przebieg lekcji

Czas	Faza	Co robi nauczyciel	Co robią uczniowie
0–7 min	Wprowadzenie: mnożenie na rysunku	• Rysuje prostokąt 3 × 5 kratek. Zamalowuje $\frac{2}{3}$ wierszy, a potem $\frac{4}{5}$ kolumn z tej części. • Pyta: „Jaka część prostokąta jest zamalowana dwa razy?” – 8 kratek z 15, czyli $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$. • Zapisuje regułę: licznik razy licznik, mianownik razy mianownik.	• Rysują w zeszycie i liczą kratki. • Zapisują regułę.
7–17 min	Skracanie i liczby mieszane	• Pisze $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$. Pokazuje skracanie „na krzyż”: 4 z 8 przez 4, 3 z 9 przez 3. Wynik $\frac{1}{6}$. • Pyta: „Ile to $\frac{3}{5}$ z 40?” – $\frac{3}{5} \cdot 40 = 24$ (40 : 5 = 8, 8 · 3 = 24). • Pisze $1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3}$. Ostrzega: nie mnożymy osobno całości i ułamków. $\frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} = 4$. • Kwadrat ułamka: $(\frac{2}{3})^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$, a nie $\frac{4}{6}$.	• Skracają przed mnożeniem. • Zamieniają liczby mieszane na ułamki niewłaściwe.

17–27 min	Odwrotność i dzielenie	• Pyta: „Przez co pomnożyć $\frac{3}{5}$, żeby otrzymać 1?” – przez $\frac{5}{3}$. To odwrotność. • Pyta: „Ile razy $\frac{3}{8}$ mieści się w $\frac{3}{4}$?” – rysuje pasek: 2 razy. Zapisuje: $\frac{3}{4} : \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{3} = 2$. • Pisze $2\frac{1}{4} : 3 = \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$.	• Podają odwrotności kilku liczb. • Dzielą ułamki, sprawdzają wynik mnożeniem.
27–40 min	Praca z kartą	• Poleca zadania 1–4 samodzielnie, zadanie 5 w parach. • Sprawdza, czy uczniowie odwracają dzielnik, a nie dzielną.	• Rozwiązują zadania z karty. • Porównują wyniki w parach.
40–45 min	Podsumowanie	• Pyta: „Co robimy z liczbą mieszaną przed mnożeniem?”, „Którą liczbę odwracamy przy dzieleniu?”. • Uczniowie oceniają kciukiem kryteria sukcesu.	• Odpowiadają, podają własne przykłady.

Typowe trudności uczniów

- Mnożenie liczb mieszanych „po kawałku”: $1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3} = 2\frac{2}{6}$ – błąd, prawidłowo 4.
- Odwracanie dzielnej zamiast dzielnika przy dzieleniu.
- Kwadrat ułamka liczony jako $\frac{4}{6}$ zamiast $\frac{4}{9}$.

Ewaluacja lekcji

- Karta pracy do lekcji 2: sprawdzam zadania 1–2 u każdego ucznia w czasie pracy i omawiam najczęstszy błąd.
- Na koniec lekcji uczniowie podnoszą kciuk w górę, poziomo albo w dół przy każdym kryterium sukcesu.
- Zapisuję, które przykłady sprawiły najwięcej kłopotu, i zaczynam od nich następną lekcję.

Karta pracy do lekcji 2

Mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych i liczb mieszanych

16 pkt RAZEM

Imię i nazwisko _____ Data _____ Wynik: ..... / 16 pkt

Podpowiedź: Licznik razy licznik, mianownik razy mianownik: 2/3 · 4/5 = 8/15.

1 Oblicz. Skracaj, gdy to możliwe. ___ / 6 pkt

a. $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} =$ _____

b. $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} =$ _____

c. $3 \cdot \frac{4}{9} =$ _____

d. $1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2} =$ _____

e. $(\frac{3}{4})^2 =$ _____

f. $(\frac{1}{2})^3 =$ _____

2 Zapisz odwrotność liczby. ___ / 3 pkt

1. $\frac{2}{7} \rightarrow$ _____
2. $5 \rightarrow$ _____
3. $1\frac{1}{4} \rightarrow$ _____

3 Oblicz. ___ / 4 pkt

a. $\frac{4}{5} : \frac{2}{5} =$ _____

b. $\frac{3}{7} : 6 =$ _____

c. $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} =$ _____

d. $5 : \frac{5}{8} =$ _____

4 Ile to $\frac{3}{4}$ z 28 zł? ___ / 1 pkt

A. 84 zł **B.** 112 zł **C.** 21 zł **D.** 7 zł

5 Pani Ewa ma $3\frac{3}{4}$ kg jabłek. Pakuje je do woreczków po $\frac{3}{4}$ kg. Ile woreczków napełni? Napisz obliczenia i odpowiedź. ___ / 2 pkt

Cele w języku ucznia

- Obliczę wyrażenie z ułamkami w dobrej kolejności.
- Rozwiążę zadanie tekstowe krok po kroku.
- Sprawdzę, czy wynik ma sens.

Wymagania z podstawy programowej

- **V.7** – oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub na liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych, z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań, o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie: […]
- **XIV.4** – dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
- **XIV.6** – weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania, np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku;

Źródło: podstawa programowa z 2017 r. w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996) – obowiązuje w klasach 5–8 w roku szkolnym 2026/2027 i na egzaminie ósmoklasisty w latach 2027–2030.

Kryteria sukcesu

- Najpierw nawiasy, potem potęgi, potem mnożenie i dzielenie, na końcu dodawanie i odejmowanie.
- W zadaniu tekstowym zapisuję dane i plan rozwiązania.
- Każde obliczenie podpisuję, co oznacza.
- Kończę zadanie odpowiedzią i sprawdzam, czy wynik ma sens.

Przebieg lekcji

Czas	Faza	Co robi nauczyciel	Co robią uczniowie
0–7 min	Kolejność działań	• Pisze $3 - \frac{1}{2} \cdot 4$. Zbiera wyniki: 1 i 10. Pyta, który jest dobry i dlaczego. • Przypomina kolejność: nawiasy, potęgi, mnożenie i dzielenie, dodawanie i odejmowanie. $3 - 2 = 1$.	• Liczą, porównują wyniki, wskazują błąd.
7–17 min	Wyrażenia z ułamkami zwykłymi i dziesiętnymi	• Pisze $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 = \frac{1}{2} + 0{,}3 = 0{,}8$. • Pisze $(1\frac{1}{2} - 0{,}7) \cdot 5 = (1{,}5 - 0{,}7) \cdot 5 = 0{,}8 \cdot 5 = 4$.	• Liczą krok po kroku, każdy krok w nowej linii.

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych – cykl 5 lekcji: scenariusze, karty pracy, sprawdzian, powtórka, klasa 6

Podgląd pokazał 10 z 33 stron. Pełna wersja: 33 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- plan cyklu i wskazówki dla nauczyciela: co przygotować, jak przeprowadzić lekcje i jak oceniać
- Lekcja 1 (45 min): Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych i liczb mieszanych – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minu
- Lekcja 2 (45 min): Mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych i liczb mieszanych – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie
- Lekcja 3 (45 min): Działania na ułamkach dziesiętnych – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie z przykładami) i kart
- Lekcja 4 (45 min): Ułamki zwykłe i dziesiętne razem: zamiana i porównywanie – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie
- Lekcja 5 (45 min): Kolejność działań i zadania tekstowe z ułamkami – pełny scenariusz (cele, wymagania z podstawy programowej, kryteria sukcesu, przebieg minuta po minucie z przykł
- sprawdzian w dwóch grupach (A i B, po 24 pkt) oraz klucz odpowiedzi i zasady oceniania do wszystkich kart.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/cykl-lekcji-matematyka-dzialania-na-ulamkach-klasa-6