PIERWSZA ŁAWKA · 40 ZADAŃ Z JEDNEGO TEMATU · PR · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM ROZSZERZONY

Równania i nierówności z parametrem – 40 zadań

Równania i nierówności z parametrem: funkcja kwadratowa z parametrem, wzory Viète'a, układ warunków, liczba rozwiązań, położenie rozwiązań względem liczby lub przedziału, równania sprowadzalne do kwadratowych (dwukwadratowe, z wartością bezwzględną, wymierne) oraz parametr w równaniach i nierównościach liniowych. 40 zadań otwartych w formule matury rozszerzonej 2027 (2–6 pkt, razem 148 pkt).

Karta	Temat	Zadania
1	**Ściąga: Równania i nierówności z parametrem. Pierwsze kroki** krótkie zadania za 2 pkt: Viète, warunek na wyróżnik, wartość parametru z jednego warunku	8 zad. 16 pkt
2	**Warunki i przypadki** zadania za 3 pkt: układ warunków, przypadki, równania liniowe i sprowadzalne do kwadratowych z parametrem	7 zad. 21 pkt
3	**Wzory Viète'a i położenie rozwiązań** zadania za 3–4 pkt: warunki na sumę i iloczyn, liczba między rozwiązaniami, nierówność dla każdego x	7 zad. 24 pkt
4	**Pełny układ warunków** zadania za 4 pkt: rozwiązania większe od liczby, dowody, liczba rozwiązań w zależności od parametru	7 zad. 28 pkt
5	**Zadania z kilkoma etapami** zadania za 5 pkt: rozwiązania w przedziale, kilka warunków jednocześnie, nierówność z parametrem, dowód	6 zad. 30 pkt
6	**Poziom końca arkusza** zadania za 5–6 pkt: wieloetapowe zadania z parametrem na poziomie górnej granicy matury rozszerzonej	5 zad. 29 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Klucz na końcu: odpowiedzi, zasady oceniania etapami jak w CKE, pełne rozwiązania.

Zadania oryginalne. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: III.R5, III.R3 (+ III.R2, III.R4, III.R6, III.R7, III.4, V.5, V.8). Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Ściąga: Równania i nierówności z parametrem. Pierwsze kroki

krótkie zadania za 2 pkt: Viète, warunek na wyróżnik, wartość parametru z jednego warunku

KARTA 1/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 16 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Zawsze zaczynaj od współczynnika przy x^2.** Jeżeli zależy od parametru, rozpatrz osobno $a = 0$ (równanie liniowe) i $a \neq 0$. Nie dziel przez wyrażenie z parametrem, dopóki nie rozpatrzysz przypadku, w którym jest równe 0.
- **Wzory Viète'a** (dla $\Delta \geq 0$): $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$. Są w karcie wzorów.

  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$, $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = \frac{\Delta}{a^2}$,

  $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$ (gdy $x_1x_2 \neq 0$).
- **Wzorzec zapisu.** 1) $a \neq 0$ (albo osobno $a = 0$). 2) Ponumerowany układ warunków równoważny poleceniu (1°, 2°, 3°…). 3) Rozwiąż każdy warunek osobno. 4) Część wspólna na osi liczbowej. 5) Odpowiedź – zbiór wartości parametru.

Polecenie ($f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$)	Układ warunków równoważny poleceniu
dwa różne rozwiązania	$a \neq 0$, $\Delta > 0$
dwa różne rozwiązania dodatnie (ujemne)	$\Delta > 0$, $x_1x_2 > 0$, $x_1 + x_2 > 0$ (< 0)
rozwiązania różnych znaków	$x_1x_2 < 0$, czyli $ac < 0$ ($\Delta > 0$ wynika)
liczba k leży między rozwiązaniami	$a \cdot f(k) < 0$
dwa różne rozwiązania większe od k	$\Delta > 0$, $a \cdot f(k) > 0$, $x_w > k$
dwa różne rozwiązania w przedziale (p, q)	$\Delta > 0$, $a \cdot f(p) > 0$, $a \cdot f(q) > 0$, $p < x_w < q$
nierówność $f(x) > 0$ dla każdego x	$a > 0$ i $\Delta < 0$ (osobno $a = 0$)

- **Zawsze $\Delta > 0$, nie $\Delta \geq 0$**, gdy polecenie mówi o dwóch *różnych* rozwiązaniach. Warunek „dwa rozwiązania" bez „różnych" – rozpatrz $\Delta = 0$ osobno.
- **Równania sprowadzalne do kwadratowych.** $x^4 + bx^2 + c = 0$: podstaw $u = x^2$, $u \geq 0$ (każde $u > 0$ daje dwa rozwiązania x, $u = 0$ jedno). Równanie z $|x|$: podstaw $u = |x|$ lub rozpatrz przedziały. Równanie wymierne: najpierw dziedzina, na końcu sprawdź, czy rozwiązanie do niej należy.
- **Nierówność z parametrem:** znak współczynnika przy niewiadomej decyduje o zwrocie nierówności; trójmian rozkładaj na czynniki i porównuj pierwiastki (rozwiązanie zależy od tego, który pierwiastek jest większy).

Zadanie 2. Dane jest równanie $(k-3)x^2+4x-5=0$ z parametrem k. Wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których to równanie ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Zadanie 3. Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej p równanie $x^2-3px+2p^2-1=0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

___ / 2 pkt

Zadanie 4. Dane jest równanie $(a+2)x^2-6x+3=0$ z parametrem a. Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których to równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Zadanie 5. Dla pewnych wartości parametru p wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji $f(x)=x^2-2px+5p-6$ leży na osi Ox. Wyznacz wszystkie takie wartości p. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Warunki i przypadki

zadania za 3 pkt: układ warunków, przypadki, równania liniowe i sprowadzalne do kwadratowych z parametrem

KARTA **2/6**

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 21 pkt

Zadanie 1. Rozwiąż nierówność $(p-2)x > p^2 - 4$ z niewiadomą x w zależności od wartości parametru p. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 2. Rozwiąż równanie $(k^2-16)x = k^2 - 4k$ z niewiadomą x w zależności od wartości parametru k. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 3. Dane jest równanie $x^2 - (k+2)x + 3k - 2 = 0$ z parametrem k. Wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których to równanie ma dwa różne rozwiązania dodatnie. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Wzory Viète'a i położenie rozwiązań

KARTA 3/6

zadania za 3–4 pkt: warunki na sumę i iloczyn, liczba między rozwiązaniami, nierówność dla każdego x

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 24 pkt

Zadanie 1. Dane jest równanie $(a-2)x^2-2ax+a+3=0$ z parametrem a. Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których to równanie ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}>0$. Zapisz obliczenia. ___ / 4 pkt

Zadanie 2. Dane jest równanie $(k+1)x^2-4x+k-3=0$ z parametrem k. Wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których to równanie ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste, a liczba 2 leży pomiędzy nimi. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadania z kilkoma etapami

zadania za 5 pkt: rozwiązania w przedziale, kilka warunków jednocześnie, nierówność z parametrem, dowód

KARTA **5/6**

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 30 pkt

Zadanie 1. Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - 2(k-1)x + 3k - 3$ z parametrem k. Wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których ta funkcja ma dwa różne miejsca zerowe należące do przedziału $(-1, 4)$. Zapisz obliczenia. ___ / 5 pkt

Zadanie 2. Dane jest równanie $x^2 - (2k+1)x + k^2 - 2 = 0$ z parametrem k. Wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których to równanie ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające jednocześnie warunki: $|x_1 - x_2| < 5$, $x_1 x_2 < 3$ oraz $x_1 + x_2 > -2$. Zapisz obliczenia. ___ / 5 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Poziom końca arkusza

zadania za 5–6 pkt: wieloetapowe zadania z parametrem na poziomie górnej granicy matury rozszerzonej

KARTA **6/6**

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 29 pkt

Zadanie 1. Dane jest równanie $x^2 - (b + 4)x + 4b + 4 = 0$ z parametrem b. Wyznacz wszystkie wartości parametru b, dla których to równanie ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $x_1^2 + x_2^2 \geq 9b$. Zapisz obliczenia. ___ / 6 pkt

Zadanie 2. Dane jest równanie $(p - 1)x^2 - 2px + p + 2 = 0$ z parametrem p. Wyznacz wszystkie wartości parametru p, dla których to równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie dodatnie. Zapisz obliczenia. ___ / 6 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 matematyka PR – Równania i nierówności z parametrem – 40 zadań z kluczem i zasadami oceniania

Podgląd pokazał 7 z 44 stron. Pełna wersja: 44 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- 40 nowych zadań otwartych z matematyki na maturę rozszerzoną 2027 z jednego tematu: równania i nierówności z parametrem – Równania i nierówności z parametrem: funkcja kwadratowa z
- Na początku ściąga: najważniejsze wzory i twierdzenia z tematu (z zaznaczeniem, co jest w karcie wzorów CKE) i wzorcowe rozwiązanie zapisane tak, jak oczekują egzaminatorzy.
- Zadania w sześciu sekcjach – od krótkich za 2–3 pkt do wieloetapowych za 5–6 pkt (razem 148 pkt), w tym zadania „Wykaż, że…”.
- Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026.
- Na końcu klucz: odpowiedzi, zasady oceniania etapami (za co kolejne punkty, uwagi w stylu CKE) i przykładowe pełne rozwiązania.
- 44 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.
- Wszystkie zadania są oryginalne – nie powtarzają zadań CKE ani naszych arkuszy próbnych, zestawów i „najczęstszych zadań maturalnych”.
- Wymagania: III.R5, III.R3 (+ III.R2, III.R4, III.R6, III.R7, III.4, V.5, V.8).
- Materiał przygotowany zgodnie z podstawą programową matematyki dla liceum i technikum (Dz.U.
- 2018 poz.
- 467 w brzmieniu Dz.U.
- 2024 poz.
- 1019), zakres rozszerzony – obowiązującą na maturze w latach 2027–2030.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-rozszerzona-parametr-40-zadan