PIERWSZA ŁAWKA · NAJCZĘSTSZE ZADANIA MATURALNE · PP · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM PODSTAWOWY

G. Trygonometria

Funkcje trygonometryczne kątów od 0° do 180° (wartości dla 30°, 45°, 60° i kątów rozwartych), obliczanie pozostałych funkcji z jednej, tożsamości $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ i $\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$, trójkąt prostokątny, twierdzenie cosinusów, pole $\frac{1}{2}ab\sin\gamma$ – zadania 17–23 arkusza podstawowego. Sześć kart: wzorcowe rozwiązania i zasady oceniania CKE, trening, zadania na poziomie matury, zadania trudniejsze i test w grupach A i B – z kluczem i schematami punktowania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Trygonometria – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE** Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka	4 zad. 9 pkt
2	**Trygonometria – trening** Zadania krok po kroku	7 zad. 13 pkt
3	**Trygonometria – zadania na poziomie matury** Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026	7 zad. 9 pkt
4	**Trygonometria – zadania trudniejsze** Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu	5 zad. 9 pkt
5	**Test: Trygonometria – grupa A** 35 minut · 12 pkt	8 zad. 12 pkt
6	**Test: Trygonometria – grupa B** 35 minut · 12 pkt	8 zad. 12 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe, typowe uwagi w zasadach oceniania) oraz wzorcowe rozwiązania krok po kroku.
- Karty 2–4 prowadzą od treningu, przez zadania na poziomie matury, do zadań trudniejszych.
- Karty 5 i 6 to równoległy test (grupa A i B) z punktacją jak na maturze.
- Klucz zawiera odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania w stylu CKE 2026.
- Osobny plik „Powtórka” zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy z sprawozdań CKE i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: VII.1–VII.4, VIII.12 (+ VIII.2); cele ogólne II.1, III.1, IV.4. Częstość na maturze: tożsamości trygonometryczne – w 4 z 4 arkuszy majowych 2023–2026 (4 pozycje, 4 pkt) i w 5 z 6 diagnostycznych i próbnych; trygonometria kąta ostrego w trójkącie prostokątnym –

Trygonometria – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE

Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka

KARTA 1/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Gdzie w arkuszu.** Trygonometria (dział VII) to zadania 17–23 arkusza PP. Co roku jest tożsamość albo „z jednej funkcji – pozostałe” (w 4 z 4 arkuszy majowych 2023–2026). W 2025 i 2026 r. – kąt ostry w trójkącie prostokątnym, w 2023 i 2024 r. – kąt rozwarty w układzie współrzędnych, w 2025 r. – P/F z twierdzeniem cosinusów i polem. Zwykle są to 2–4 zadania zamknięte po 1 pkt. W próbnej maturze z marca 2026 r. było zadanie otwarte za 2 pkt: wartość wyrażenia dla kąta rozwartego o danym sinusie.
- **Definicje.** W trójkącie prostokątnym dla kąta ostrego α: sinus = przyprostokątna naprzeciw kąta : przeciwprostokątna, cosinus = przyprostokątna przy kącie : przeciwprostokątna, tangens = przyprostokątna naprzeciw kąta : przyprostokątna przy kącie. Dla kąta od 0° do 180°: jeśli drugie ramię kąta przechodzi przez punkt $P = (x, y)$ i $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, to $\sin\alpha = \frac{y}{r}$, $\cos\alpha = \frac{x}{r}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}$ (dla $x \neq 0$). Kąt rozwarty: sinus dodatni, cosinus i tangens ujemne.

kąt	30°	45°	60°	120°	135°	150°
sinus	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
cosinus	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
tangens	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

- **Kąty rozwarte.** $\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$, $\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$, $\operatorname{tg}(180° - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$ (wzory redukcyjne są w karcie wzorów). Przykład: $\cos 135° = -\cos 45°$.
- **Z jednej funkcji – pozostałe (3 kroki).** 1) Z jedynki trygonometrycznej $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ oblicz kwadrat brakującej funkcji. 2) **Wybierz znak**: dla kąta ostrego wszystkie funkcje są dodatnie, dla rozwartego cosinus i tangens są ujemne – w zasadach oceniania próbnej matury 2026 r. zapisano to zdaniem „kąt jest rozwarty, więc cosinus jest ujemny”. 3) Tangens: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$. Dla kąta ostrego szybciej bywa narysować trójkąt pomocniczy o przyprostokątnych odczytanych z tangensa.
- **Tożsamości – trzy typy.** a) Uprość wyrażenie: zamień tangens na iloraz sinusa i cosinusa, wyłącz wspólny czynnik, użyj jedynki (np. $\frac{1 - \sin^2\alpha}{\cos\alpha} = \cos\alpha$). b) Równanie $p\sin\alpha = q\cos\alpha$ dla kąta ostrego: podziel obie strony przez $\cos\alpha \neq 0$ – otrzymasz $\operatorname{tg}\alpha = \frac{q}{p}$. c) Dana suma albo różnica sinusa i cosinusa: podnieś ją do kwadratu, bo $(\sin\alpha \pm \cos\alpha)^2 = 1 \pm 2\sin\alpha\cos\alpha$.

Przykład 3. (zadanie otwarte, 2 pkt) W trójkącie *ABC* kąt *ACB* jest prosty, $|AC| = 45$ i $\operatorname{tg}\alpha = \frac{28}{45}$, gdzie α jest kątem *BAC*. Oblicz $|AB|$ i $\sin\alpha$.

Przy kącie α leży przyprostokątna *AC*, naprzeciw – *BC*.

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{|BC|}{|AC|}$, więc $|BC| = 45 \cdot \frac{28}{45} = 28$ *(1 pkt – istotny krok)*.

Z twierdzenia Pitagorasa $|AB| = \sqrt{45^2 + 28^2} = \sqrt{2809} = 53$, a $\sin\alpha = \frac{|BC|}{|AB|} = \frac{28}{53}$ *(2 pkt)*.

Typowy błąd: $\sin\alpha = \frac{45}{53}$ – to cosinus (przyprostokątna przy kącie).

Przykład 4. (zadanie otwarte) Trójkąt ma boki długości 16, 19 i 21. Oblicz miarę kąta leżącego naprzeciw boku 19 i pole tego trójkąta. Ustal, czy trójkąt jest ostrokątny.

Twierdzenie cosinusów dla boku 19: $19^2 = 16^2 + 21^2 - 2 \cdot 16 \cdot 21\cos\gamma$, czyli $361 = 697 - 672\cos\gamma$.

Stąd $\cos\gamma = \frac{336}{672} = \frac{1}{2}$ i $\gamma = 60°$. Pole: $P = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 21 \cdot \sin 60° = 168 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 84\sqrt{3}$.

Największy kąt leży naprzeciw boku 21: $\cos\beta = \frac{16^2 + 19^2 - 21^2}{2 \cdot 16 \cdot 19} = \frac{176}{608} = \frac{11}{38} > 0$. Ten kąt jest ostry, więc trójkąt jest ostrokątny.

ZADANIA

Zadanie 1. Oblicz. ___ / 4 pkt

1. $\operatorname{tg} 60° \cdot \cos 30° =$ _____
2. $\sin^2 45° + \cos 120° =$ _____
3. $\sin 150° - \cos 150° =$ _____
4. $\cos^2 60° + \operatorname{tg} 45° =$ _____

Zadanie 2. Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg}\alpha = 2{,}4$. Wtedy $\cos\alpha$ jest równy ___ / 1 pkt

A. $\frac{13}{12}$ **B.** $\frac{5}{12}$ **C.** $\frac{12}{13}$ **D.** $\frac{5}{13}$

Zadanie 3. Oceń, czy nierówność jest prawdziwa (P), czy fałszywa (F). ___ / 3 pkt

1. $\sin 130° > 0$	**P**	**F**
2. $\cos 95° > 0$	**P**	**F**
3. $\operatorname{tg} 170° < 0$	**P**	**F**

Zadanie 4. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 26, a jeden z jego kątów ostrych ma miarę 30°. Dłuższa przyprostokątna tego trójkąta ma długość ___ / 1 pkt

A. $26\sqrt{3}$ **B.** $13\sqrt{3}$ **C.** $13\sqrt{2}$ **D.** 13

PIERWSZA ŁAWKA

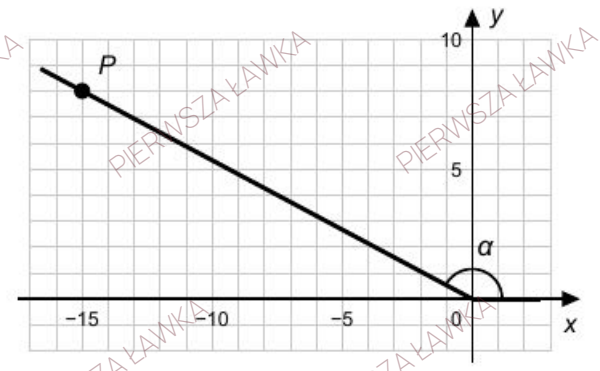
Trygonometria – trening

Zadania krok po kroku

KARTA 2/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 13 pkt

Zadanie 1. Drugie ramię kąta α przechodzi przez punkt $P = (-15, 8)$ (zobacz rysunek). Uzupełnij. ___ / 3 pkt



1. $\sin\alpha =$ _____ 2. $\cos\alpha =$ _____ 3. $\operatorname{tg}\alpha =$ _____

Zadanie 2. Kąt α jest rozwarty i $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Tangens kąta α jest równy ___ / 1 pkt

A. 2 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** -2

Zadanie 3. Oceń, czy równość jest prawdziwa dla każdego kąta ostrego α (P), czy nie (F). ___ / 3 pkt

1. $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 2\sin\alpha\cos\alpha = 1$	**P**	**F**
2. $\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\alpha = \sin\alpha$	**P**	**F**
3. $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = 1$	**P**	**F**

Zadanie 4. Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\frac{\sin^3\alpha + \sin\alpha\cos^2\alpha}{\cos\alpha}$ jest równe ___ / 1 pkt

A. $\operatorname{tg}\alpha$ **B.** $\frac{1}{\cos\alpha}$ **C.** $\sin^2\alpha$ **D.** $\sin\alpha$

Zadanie 5. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 12, a sinus jednego z jego kątów ostrych jest równy $\frac{1}{3}$. Oblicz pole tego trójkąta. ___ / 2 pkt

Trygonometria – zadania na poziomie matury

KARTA 3/6

Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

Zadanie 1. Kąt α jest ostry i $\cos\alpha = \frac{2}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy ___ / 1 pkt

A. $\frac{\sqrt{21}}{2}$ **B.** $\frac{2\sqrt{21}}{21}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{21}}{5}$

Zadanie 2. Kąt α jest ostry i spełnia równość $5\sin\alpha - 2\cos\alpha = 0$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy ___ / 1 pkt

A. $\frac{2\sqrt{29}}{29}$ **B.** $-\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{2}{5}$

Zadanie 3. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\cos 160° + \cos 20°$ jest równa ___ / 1 pkt

A. $2\cos 20°$ **B.** -1 **C.** 0 **D.** 1

Zadanie 4. Trójkąt *ABC* ma boki długości 5, 6 i 9.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Trójkąt *ABC* jest rozwartokątny.	**P**	**F**
2. Pole trójkąta *ABC* jest równe $20\sqrt{2}$.	**P**	**F**

Zadanie 5. W trójkącie prostokątnym *ABC* kąt *ACB* jest prosty, $|AB| = 20$ i $|\sphericalangle BAC| = 30°$.

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. Przyprostokątna *BC* ma długość _____ .
2. Pole trójkąta *ABC* jest równe _____ .

Zadanie 6. Dwa boki trójkąta mają długości 8 i 7, a kąt między nimi ma miarę 150°.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego trójkąta jest równe ___ / 1 pkt

A. $14\sqrt{3}$ **B.** 14 **C.** 28 **D.** $7\sqrt{3}$

Podgląd • Pierwsza Ławka

Test: Trygonometria – grupa A

35 minut · 12 pkt

KARTA 5/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 12 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sin 120° \cdot \operatorname{tg} 30° + \cos^2 45°$ jest równa

___ / 1 pkt

A. 0 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** 1

Zadanie 2. Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{5}{6}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

___ / 1 pkt

A. $\frac{6}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{11}}{6}$ **C.** $\frac{5\sqrt{11}}{11}$ **D.** $\frac{\sqrt{11}}{5}$

Zadanie 3. Kąt α jest ostry i spełnia równość $2\sin\alpha = 7\cos\alpha$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

___ / 1 pkt

A. $\frac{7}{2}$ **B.** $\frac{5}{2}$ **C.** $\frac{2}{7}$ **D.** $\frac{7\sqrt{53}}{53}$

Zadanie 4. Romb ma bok długości 10 i kąt ostry o mierze 30°.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego rombu jest równe

___ / 1 pkt

A. $50\sqrt{3}$ **B.** 50 **C.** 100 **D.** 25

Zadanie 5. Kąt α jest rozwarty i $\sin\alpha = \frac{35}{37}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. $\cos\alpha = -\frac{12}{37}$	**P**	**F**
2. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{35}{12}$	**P**	**F**

Zadanie 6. Dwa boki trójkąta mają długości 4 i 6, a kąt między nimi ma miarę 60°.

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

___ / 2 pkt

1. Trzeci bok trójkąta ma długość _____ .
2. Pole trójkąta jest równe _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

Test: Trygonometria – grupa B

35 minut · 12 pkt

KARTA 6/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 12 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\cos 150° \cdot \operatorname{tg} 60° + \sin^2 135°$ jest równa ___ / 1 pkt

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** -2 **C.** -1 **D.** 0

Zadanie 2. Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{3}{7}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy ___ / 1 pkt

A. $\frac{2\sqrt{10}}{7}$ **B.** $\frac{7}{3}$ **C.** $\frac{3\sqrt{10}}{20}$ **D.** $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

Zadanie 3. Kąt α jest ostry i spełnia równość $4\sin \alpha - 9\cos \alpha = 0$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy ___ / 1 pkt

A. $\frac{13}{4}$ **B.** $\frac{9}{4}$ **C.** $\frac{9\sqrt{97}}{97}$ **D.** $\frac{4}{9}$

Zadanie 4. Romb ma bok długości 8 i kąt ostry o mierze 45°.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego rombu jest równe ___ / 1 pkt

A. 32 **B.** 64 **C.** $16\sqrt{2}$ **D.** $32\sqrt{2}$

Zadanie 5. Kąt α jest rozwarty i $\sin \alpha = \frac{20}{29}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. $\cos \alpha = -\frac{21}{29}$	**P**	**F**
2. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{20}{21}$	**P**	**F**

Zadanie 6. Dwa boki trójkąta mają długości 2 i 6, a kąt między nimi ma miarę 120°.

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. Trzeci bok trójkąta ma długość _____ .
2. Pole trójkąta jest równe _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom podstawowy) – najczęstsze zadania: Trygonometria (karty pracy, test A i B, powtórka)

Podgląd pokazał 7 z 22 stron. Pełna wersja: 22 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Trygonometria – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 2: Trygonometria – trening – 7 zadań, 13 pkt
- Karta 3: Trygonometria – zadania na poziomie matury – 7 zadań, 9 pkt
- Karta 4: Trygonometria – zadania trudniejsze – 5 zadań, 9 pkt
- Karta 5: Test: Trygonometria – grupa A – 8 zadań, 12 pkt
- Karta 6: Test: Trygonometria – grupa B – 8 zadań, 12 pkt Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe i uwagi z zasad oceniania) oraz wzorcowe rozwiązania.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-podstawowa-najczestsze-zadania-g-trygonometria