PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW DZIAŁOWY · MATEMATYKA · KLASA 2 LO I TECHNIKUM · ZAKRES PODSTAWOWY

Dział 1. Równania i nierówności kwadratowe

Równania kwadratowe (rozkład na czynniki, dopełnianie do kwadratu, wyróżnik), liczba rozwiązań, postać iloczynowa trójmianu, nierówności kwadratowe ze szkicem paraboli i poprawnym zapisem zbioru rozwiązań, przypadki $\Delta = 0$ i $\Delta < 0$, zadania z kontekstem. Dziewięć kart: teoria z przykładami, ćwiczenia, zadania typu maturalnego, dwie kartkówki (A i B) i sprawdzian (A i B) – z kluczem i zasadami oceniania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Równania i nierówności kwadratowe – najważniejsze wiadomości** Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka	3 zad. 8 pkt
2	**Równania i nierówności kwadratowe – ćwiczenia** Ćwiczę umiejętności z działu	8 zad. 27 pkt
3	**Równania i nierówności kwadratowe – zadania typu maturalnego** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	8 zad. 11 pkt
4	**Kartkówka 1: równania kwadratowe i postać iloczynowa – grupa A** 15 minut · 8 pkt	3 zad. 8 pkt
5	**Kartkówka 1: równania kwadratowe i postać iloczynowa – grupa B** 15 minut · 8 pkt	3 zad. 8 pkt
6	**Kartkówka 2: nierówności kwadratowe – grupa A** 15 minut · 8 pkt	4 zad. 8 pkt
7	**Kartkówka 2: nierówności kwadratowe – grupa B** 15 minut · 8 pkt	4 zad. 8 pkt
8	**Sprawdzian: Równania i nierówności kwadratowe – grupa A** 45 minut · 20 pkt	10 zad. 20 pkt
9	**Sprawdzian: Równania i nierówności kwadratowe – grupa B** 45 minut · 20 pkt	10 zad. 20 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości z działu i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku – od niej warto zacząć.

- Karta 2 to ćwiczenia, a karta 3 – zadania w formule matury 2027 (polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE).
- Karty 4–7 to dwie kartkówki (po 15 minut), każda w grupach A i B. Karty 8–9 to sprawdzian (45 minut) w grupach A i B – te same typy zadań i ta sama punktacja, inne liczby.
- Klucz na końcu zestawu zawiera odpowiedzi, przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE (kamienie milowe, błąd rachunkowy = −1 pkt).
- Osobny plik „Powtórka” zbiera definicje, wzory (z zaznaczeniem, które są w karcie wzorów CKE), typowe błędy i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: III.4, V.8 (w tle III.1, V.7, II.1, II.3); cele ogólne I, II.1, III.1, IV.1; dowody PP pkt 3. Miejsce w seriach podręczników: NE kl. 2 (ZPiR kl. 1) · Pazdro kl. 2 · GWO kl. 1 · technikum NE kl. 2. Nazwy wydawnictw i serii podano tylko informacyjnie – materiał nie jest z nimi powiązany. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

PIERWSZA ŁAWKA

Równania i nierówności kwadratowe – najważniejsze wiadomości

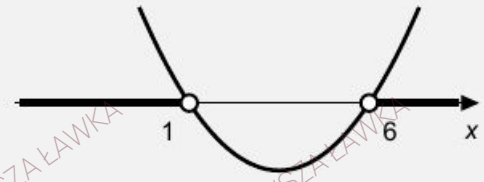
Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Równanie kwadratowe** to równanie postaci $ax^2 + bx + c = 0$, gdzie $a \neq 0$. Jego rozwiązania to **pierwiastki trójmianu** $ax^2 + bx + c$, czyli miejsca zerowe funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- **Najpierw pomyśl, potem licz.** Iloczyn jest równy 0 wtedy i tylko wtedy, gdy jeden z czynników jest równy 0: $(x - m)(x - n) = 0 \Leftrightarrow x = m$ lub $x = n$. Równanie bez wyrazu wolnego rozwiązuj przez wyłączenie x przed nawias, a równanie $x^2 = k$ (dla $k > 0$) – przez pierwiastkowanie: $x = -\sqrt{k}$ lub $x = \sqrt{k}$. Wyróżnik nie jest tu potrzebny.
- **Dopełnianie do kwadratu** daje postać kanoniczną: $x^2 + bx + c = (x + \frac{b}{2})^2 - \frac{b^2}{4} + c$, np. $x^2 - 8x + 7 = (x - 4)^2 - 9$. Z postaci kanonicznej wynikają wzór na wyróżnik i wzory na pierwiastki.
- **Wyróżnik** $\Delta = b^2 - 4ac$ decyduje o liczbie rozwiązań. $\Delta > 0$: dwa rozwiązania $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$. $\Delta = 0$: jedno rozwiązanie $x_0 = \frac{-b}{2a}$. $\Delta < 0$: brak rozwiązań rzeczywistych.
- **Postać iloczynowa**: gdy $\Delta > 0$, to $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$; gdy $\Delta = 0$, to $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$; gdy $\Delta < 0$, trójmianu nie da się rozłożyć na czynniki liniowe. Nie zapominaj o współczynniku a.
- **Nierówność kwadratowa – 4 kroki.** 1) Przenieś wszystko na jedną stronę (po drugiej zostaje 0). 2) Wyznacz pierwiastki trójmianu. 3) Naszkicuj parabolę: ramiona w górę, gdy $a > 0$, w dół, gdy $a < 0$; pierwiastki zaznacz kółkiem pełnym (znak $\leq$, $\geq$) albo pustym (znak $<$, $>$). 4) Odczytaj, gdzie parabola jest nad osią Ox (wartości dodatnie), a gdzie pod nią (ujemne).

Pięć poprawnych zapisów rozwiązania nierówności $x^2 - 7x + 6 > 0$ (pierwiastki 1 i 6)	
słownie	każda liczba mniejsza od 1 lub większa od 6
nierówności	$x < 1$ lub $x > 6$
przedziały	$x \in (-\infty, 1)$ lub $x \in (6, +\infty)$
suma przedziałów	$x \in (-\infty, 1) \cup (6, +\infty)$

rysunek	

- Każdy zapis jest poprawny, jeśli jednoznacznie widać, czy końce należą do zbioru (podstawa programowa – warunki realizacji, pkt 3). Zapis „$6 < x < 1$” jest błędny – żadna liczba go nie spełnia.
- **Gdy $\Delta \le 0$**, wystarczy postać kanoniczna: $x^2 - 2x + 4 = (x-1)^2 + 3 > 0$ dla każdego x, więc nierówność $x^2 - 2x + 4 > 0$ spełnia każda liczba rzeczywista, a $x^2 - 2x + 4 < 0$ nie ma rozwiązań ($\emptyset$). Podobnie $(x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3$, a $(x-3)^2 \le 0 \Leftrightarrow x = 3$.
- W „Wybranych wzorach matematycznych” CKE są: Δ, wzory na pierwiastki, liczba rozwiązań zależnie od znaku Δ, postać kanoniczna i iloczynowa. Sposobu odczytywania zbioru rozwiązań nierówności z paraboli w karcie nie ma.

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. Rozwiąż równania: a) $2x^2 - 10x = 0$, b) $4x^2 - 25 = 0$, c) $(x+5)^2 = 0$.

a) Wyłączamy $2x$ przed nawias: $2x(x-5) = 0$, więc $x = 0$ lub $x = 5$.

b) $4x^2 = 25$, $x^2 = \frac{25}{4}$, więc $x = -\frac{5}{2}$ lub $x = \frac{5}{2}$ (albo ze wzoru: $(2x-5)(2x+5) = 0$).

c) Kwadrat liczby jest równy 0 tylko dla 0: $x + 5 = 0$, $x = -5$ – jedno rozwiązanie.

W żadnym z tych równań nie trzeba liczyć wyróżnika.

Przykład 2. Rozwiąż równanie $x^2 - 6x + 5 = 0$, sprowadzając lewą stronę do postaci kanonicznej.

$x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 9 + 5 = (x-3)^2 - 4$.

$(x-3)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \Leftrightarrow x - 3 = -2$ lub $x - 3 = 2$, czyli $x = 1$ lub $x = 5$.

Sprawdzenie wyróżnikiem: $\Delta = 36 - 20 = 16$, $x_1 = \frac{6-4}{2} = 1$, $x_2 = \frac{6+4}{2} = 5$.

Przykład 3. Rozwiąż równanie $2x^2 + x - 6 = 0$ i zapisz trójmian $2x^2 + x - 6$ w postaci iloczynowej.

$a = 2$, $b = 1$, $c = -6$; $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 1 + 48 = 49$, $\sqrt{\Delta} = 7$.

$x_1 = \frac{-1-7}{4} = -2$, $x_2 = \frac{-1+7}{4} = \frac{3}{2}$.

Postać iloczynowa: $2x^2 + x - 6 = 2(x+2)(x-\frac{3}{2}) = (x+2)(2x-3)$.

PIERWSZA ŁAWKA

Przykład 4. Rozwiąż nierówność $x^2 + 3x \le 2x + 6$.

1) Przenosimy wyrazy: $x^2 + x - 6 \le 0$.

2) Pierwiastki: $\Delta = 1 + 24 = 25$, $x_1 = \frac{-1-5}{2} = -3$, $x_2 = \frac{-1+5}{2} = 2$.

3) $a = 1 > 0$ – ramiona w górę; znak $\le$ – kółka pełne.



4) Parabola jest pod osią (lub na niej) między pierwiastkami: $x \in \langle -3, 2 \rangle$ (równie dobrze: $-3 \le x \le 2$).

Przykład 5. Rozwiąż nierówności: a) $x^2 - 4x + 7 > 0$, b) $x^2 - 4x + 7 < 0$.

Postać kanoniczna: $x^2 - 4x + 7 = (x-2)^2 + 3$. Kwadrat jest nieujemny, więc $(x-2)^2 + 3 \ge 3 > 0$ dla każdego x (inaczej: $\Delta = 16 - 28 = -12 < 0$ i $a > 0$ – parabola leży nad osią Ox).

a) Każda liczba rzeczywista: $x \in \mathbb{R}$. b) Brak rozwiązań: zbiór pusty $\emptyset$.

Uwaga: przy $\Delta < 0$ nie liczymy pierwiastków – na maturze kosztuje to 0 pkt.

ZADANIA

Zadanie 1. Rozwiąż równania bez obliczania wyróżnika. ___ / 4 pkt

1. $x^2 - 49 = 0$: _____
2. $x(x + 6) = 0$: _____
3. $(x - 4)(2x + 1) = 0$: _____
4. $5x^2 = 15x$: _____

Zadanie 2. Wyróżnik trójmianu $x^2 - 5x + 4$ jest równy ___ / 1 pkt

A. 41 **B.** 21 **C.** −9 **D.** 9

Zadanie 3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Równanie $x^2 + 9 = 0$ nie ma rozwiązań rzeczywistych.	**P**	**F**
2. Zbiorem rozwiązań nierówności $x^2 > 16$ jest przedział $(4, +\infty)$.	**P**	**F**
3. Trójmian $x^2 - 10x + 25$ ma dokładnie jeden pierwiastek.	**P**	**F**

Podgląd • Pierwsza Ławka

Równania i nierówności kwadratowe – ćwiczenia

KARTA 2/9

Ćwiczę umiejętności z działu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 27 pkt

Zadanie 1. Rozwiąż równania. Wybierz najprostszą metodę: rozkład na czynniki, pierwiastkowanie albo wyróżnik. ___ / 6 pkt

1. $x^2 - 8x = 0$: _____
2. $9x^2 - 4 = 0$: _____
3. $x^2 + 2x - 15 = 0$: _____
4. $3x^2 - 5x - 2 = 0$: _____
5. $x^2 + 4x + 4 = 0$: _____
6. $x^2 - 2x + 6 = 0$: _____

Zadanie 2. Dopasuj do każdego równania liczbę jego rozwiązań rzeczywistych. ___ / 4 pkt

1. $x^2 - 6x + 9 = 0$
2. $2x^2 + x + 3 = 0$
3. $x^2 - x - 1 = 0$
4. $4x^2 + 12x + 9 = 0$

a) brak rozwiązań

b) dokładnie jedno rozwiązanie

c) dwa rozwiązania

1 ____ 2 ____ 3 ____ 4 ____

Zadanie 3. Zapisz trójmian w postaci iloczynowej albo uzasadnij, że nie da się tego zrobić. a) $x^2 - 7x + 10$ b) $2x^2 - 8$ c) $-x^2 + x + 6$ d) $x^2 + x + 1$ ___ / 4 pkt

Zadanie 4. Zbiorem rozwiązań nierówności $(x + 1)(x - 5) \geq 0$ jest ___ / 1 pkt

A. $(-\infty, -1\rangle \cup \langle 5, +\infty)$

B. $(-1, 5)$

C. $(-\infty, -5\rangle \cup \langle 1, +\infty)$

D. $\langle -1, 5\rangle$

PIERWSZA ŁAWKA

Zadanie 5. Rozwiąż nierówności. Przy każdej naszkicuj parabolę. a) $x^2 - 3x - 4 > 0$ b) $-2x^2 + 8x \geq 0$ c) $x^2 + 6x + 9 > 0$ d) $x^2 + x + 5 \leq 0$

___ / 4 pkt

Zadanie 6. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).

___ / 3 pkt

1. Rozwiązaniem nierówności $x^2 - 2x - 8 < 0$ jest każda liczba większa od -2 i mniejsza od 4.	**P**	**F**
2. Zapis $x \in (-2, 4)$ opisuje ten sam zbiór co zapis $-2 < x < 4$.	**P**	**F**
3. Zbiorem rozwiązań nierówności $x^2 - 2x - 8 \geq 0$ jest przedział $\langle -2, 4 \rangle$.	**P**	**F**

Zadanie 7. Prostokątna działka ma pole 315 m², a jeden jej bok jest o 6 m dłuższy od drugiego. Oblicz wymiary działki.

___ / 3 pkt

Zadanie 8. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^2 - 4x$. Wyznacz wszystkie argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartości większe od 5.

___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Równania i nierówności kwadratowe – zadania typu maturalnego

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

KARTA 3/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 11 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $x^2 \geq 5x$ jest

___ / 1 pkt

A. $\langle 0, 5\rangle$

B. $(-\infty, -5\rangle \cup \langle 0, +\infty)$

C. $(-\infty, 0\rangle \cup \langle 5, +\infty)$

D. $\langle 5, +\infty)$

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Równanie $3x^2 - 2x + 1 = 0$

___ / 1 pkt

A. ma dwa rozwiązania rzeczywiste różnych znaków.

B. nie ma rozwiązań rzeczywistych.

C. ma dwa rozwiązania rzeczywiste dodatnie.

D. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

Zadanie 3. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Funkcja kwadratowa $f(x) = -2(x + 1)(x - 4)$ przyjmuje wartości dodatnie wtedy i tylko wtedy, gdy

___ / 1 pkt

A. $x \in (-1, 4)$

B. $x \in (-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$

C. $x \in (-4, 1)$

D. $x \in (-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$

Zadanie 4. Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = x^2 - 2x - 15$.
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. Funkcję f można zapisać w postaci iloczynowej $f(x) = (x - 5)(x + 3)$.	**P**	**F**
2. Zbiorem rozwiązań nierówności $f(x) \leq 0$ jest przedział $\langle -5, 3\rangle$.	**P**	**F**

Zadanie 5. Dany jest trójmian kwadratowy $W(x) = 2x^2 - 5x - 3$.
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby i odpowiedni przedział w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

___ / 2 pkt

1. Pierwiastkami trójmianu W są liczby _____ .
2. Zbiorem rozwiązań nierówności $W(x) < 0$ jest przedział _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

Kartkówka 2: nierówności kwadratowe – grupa A

15 minut · 8 pkt

KARTA 6/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

Zadanie 1. Zbiorem rozwiązań nierówności $x^2 < 36$ jest ___ / 1 pkt

A. $(-6, 6)$

B. $(-\infty, -6) \cup (6, +\infty)$

C. $\langle -6, 6 \rangle$

D. $(-\infty, 6)$

Zadanie 2. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Nierówność $x^2 + 2x + 10 > 0$ spełnia każda liczba rzeczywista.	**P**	**F**
2. Nierówność $(x - 7)^2 \leq 0$ ma dokładnie jedno rozwiązanie.	**P**	**F**
3. Liczba 0 należy do zbioru rozwiązań nierówności $x^2 - 5x + 6 < 0$.	**P**	**F**

Zadanie 3. Rozwiąż nierówność $x^2 + 4x - 12 \geq 0$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 4. Rozwiąż nierówność $-x^2 + 3x + 10 > 0$. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Sprawdzian: Równania i nierówności kwadratowe – grupa A

KARTA 8/9

45 minut · 20 pkt

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 20 pkt

Zadanie 1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Rozwiązaniami równania $x^2 - 11x + 30 = 0$ są liczby ___ / 1 pkt

A. -5 i -6 **B.** 5 i -6 **C.** 5 i 6 **D.** -5 i 6

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Wyróżnik trójmianu $-3x^2 + 2x + 5$ jest równy ___ / 1 pkt

A. 56 **B.** -56 **C.** -64 **D.** 64

Zadanie 3. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Zbiorem rozwiązań nierówności $(x + 2)(3 - x) \geq 0$ jest ___ / 1 pkt

A. $\langle -2, 3\rangle$ **B.** $\langle -3, 2\rangle$

C. $(-2, 3)$ **D.** $(-\infty, -2\rangle \cup \langle 3, +\infty)$

Zadanie 4. Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = 2x^2 - 18$.
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Funkcję f można zapisać w postaci iloczynowej $f(x) = 2(x - 3)(x + 3)$.	**P**	**F**
2. Funkcja f przyjmuje wartości ujemne wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in (-9, 9)$.	**P**	**F**

Zadanie 5. Dany jest trójmian kwadratowy $T(x) = x^2 - 8x + 12$.
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby, wyrażenia lub zbiory w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 3 pkt

1. Pierwiastkami trójmianu T są liczby _____ .
2. Postać iloczynowa trójmianu: $T(x)$ = _____ .
3. Zbiorem rozwiązań nierówności $T(x) > 0$ jest zbiór _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Równania i nierówności kwadratowe – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką, matematyka, klasa 2 LO i technikum (zakres podstawowy)

Podgląd pokazał 10 z 33 stron. Pełna wersja: 33 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Równania i nierówności kwadratowe – najważniejsze wiadomości – 3 zadania, 8 pkt
- Karta 2: Równania i nierówności kwadratowe – ćwiczenia – 8 zadań, 27 pkt
- Karta 3: Równania i nierówności kwadratowe – zadania typu maturalnego – 8 zadań, 11 pkt
- Karta 4: Kartkówka 1: równania kwadratowe i postać iloczynowa – grupa A – 3 zadania, 8 pkt
- Karta 5: Kartkówka 1: równania kwadratowe i postać iloczynowa – grupa B – 3 zadania, 8 pkt
- Karta 6: Kartkówka 2: nierówności kwadratowe – grupa A – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 7: Kartkówka 2: nierówności kwadratowe – grupa B – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 8: Sprawdzian: Równania i nierówności kwadratowe – grupa A – 10 zadań, 20 pkt
- Karta 9: Sprawdzian: Równania i nierówności kwadratowe – grupa B – 10 zadań, 20 pkt Karta 1 przypomina teorię i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/matematyka-liceum-klasa-2-dzial-01-rownania-i-nierownosci-kwadratowe