PIERWSZA ŁAWKA · NAJCZĘSTSZE ZADANIA MATURALNE · PP · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM PODSTAWOWY

D. Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x

Odczytywanie własności funkcji z wykresu (dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, monotoniczność, nierówności f(x) > c, wartości ekstremalne w przedziale domkniętym), funkcja określona różnymi wzorami na przedziałach, funkcja liniowa (współczynniki, wzór, współczynnik zależny od m, równoległość, punkt wspólny prostych), przesunięcia wykresu, funkcja a/x i jej przesunięcia w zastosowaniach. Sześć kart: wzorcowe rozwiązania i zasady oceniania CKE, trening, zadania na poziomie matury, zadania trudniejsze i test w grupach A i B – z kluczem i schematami punktowania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE** Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka	4 zad. 8 pkt
2	**Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – trening** Zadania krok po kroku	8 zad. 20 pkt
3	**Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – zadania na poziomie matury** Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026	7 zad. 12 pkt
4	**Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – zadania trudniejsze** Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu	5 zad. 11 pkt
5	**Test: Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – grupa A** 35 minut · 13 pkt	7 zad. 13 pkt
6	**Test: Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – grupa B** 35 minut · 13 pkt	7 zad. 13 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe, typowe uwagi w zasadach oceniania) oraz wzorcowe rozwiązania krok po kroku.
- Karty 2–4 prowadzą od treningu, przez zadania na poziomie matury, do zadań trudniejszych.
- Karty 5 i 6 to równoległy test (grupa A i B) z punktacją jak na maturze.

- Klucz zawiera odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania w stylu CKE 2026.
- Osobny plik „Powtórka” zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy z sprawozdań CKE i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: V.1–V.6, V.12, V.13, IX.1, IX.2 (I.6); cele ogólne II.1, III.1, IV.4. Częstość na maturze: odczyt własności funkcji z wykresu – w 4 z 4 arkuszy majowych PP 2023–2026 (7 pozycji, 12 pkt); funkcja liniowa – w 4 z 4 (6 pozycji, 6 pkt); przesunięcia wykresu – w 2024 i 2025 r.; dział V łącznie 33 pkt w czterech arkuszach. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

PIERWSZA ŁAWKA

Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE

Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Jak to wygląda na maturze.** Jeden wykres (często funkcji określonej różnymi wzorami na przedziałach) i 2–4 podpunkty: „Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach…” – **1 pkt za każdą lukę** (2025: 4 pkt, 2026: 2 + 2 pkt), obok zadania zamknięte (P/F, wybór A–D). Każdy podpunkt rozwiązujesz niezależnie – błąd w jednym nie odbiera punktów w innym.
- **Odczyt z wykresu – lista kontrolna.** Dziedzina = „rzut” wykresu na oś Ox, zbiór wartości = „rzut” na oś Oy (pełne kółko – koniec należy do wykresu, puste – nie należy). Miejsca zerowe – punkty wspólne z osią Ox. Przedziały monotoniczności i zbiory typu „$f(x) > c$” podajesz **na osi *Ox*** (to zbiory argumentów). $f(x) > c$ – wykres leży *powyżej* prostej $y = c$; przy ≥ dołączasz punkty wspólne z tą prostą.
- **Wartość a argument.** „Największa wartość funkcji w przedziale $\langle m, n\rangle$” to druga współrzędna najwyżej położonego punktu wykresu nad tym przedziałem, a „argument, dla którego…” – pierwsza. Zawsze sprawdź końce przedziału: $f(m)$ i $f(n)$.
- **Zapis odpowiedzi w zadaniu „wpisz”.** Zasady oceniania 2026: zbiór jest uznany tylko wtedy, gdy da się jednoznacznie ustalić, czy końce przedziałów są otwarte, czy domknięte. Przy miejscu zerowym w „wartościach dodatnich” – nawias otwarty. Zaokrągleń nie uznaje się. Kryterium dla uczniów ze specyficznymi trudnościami: odwrócona kolejność krańców przy poprawnych liczbach nie odbiera punktu.
- **Funkcja liniowa** $f(x) = ax + b$: a – współczynnik kierunkowy ($a > 0$ – rosnąca, $a < 0$ – malejąca, $a = 0$ – stała; $a = \operatorname{tg}\alpha$, gdzie α – kąt nachylenia wykresu do osi Ox), b – druga współrzędna punktu przecięcia z osią Oy, czyli punktu $(0, b)$. Z dwóch punktów: $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. Miejsce zerowe: $x_0 = -\frac{b}{a}$ (dla $a \neq 0$); funkcja stała $f(x) = b$, $b \neq 0$, nie ma miejsca zerowego.
- **Współczynnik zależny od liczby *m*** (CKE 2024 zad. 12, 2025 zad. 13): funkcja $f(x) = (km + l)x + c$ jest rosnąca $\Leftrightarrow km + l > 0$, malejąca $\Leftrightarrow km + l < 0$, nie ma miejsca zerowego $\Leftrightarrow km + l = 0$ i $c \neq 0$. Proste $y = a_1x + b_1$ i $y = a_2x + b_2$ są równoległe $\Leftrightarrow a_1 = a_2$; ich punkt wspólny (gdy $a_1 \neq a_2$) to rozwiązanie układu równań.

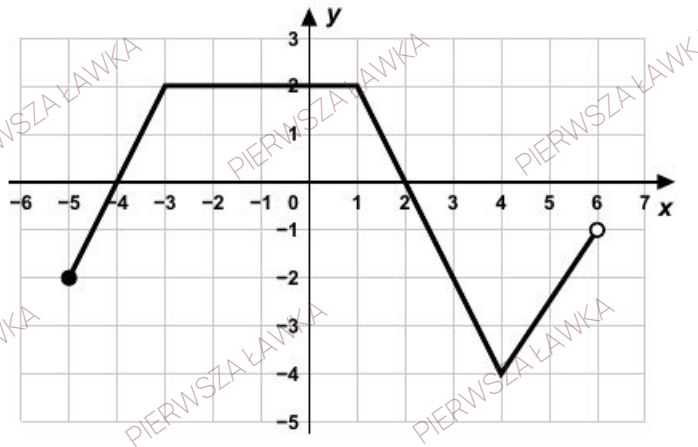
wzór	wykres $y = f(x)$ przesuwamy	co się zmienia
$y = f(x - p)$	o p jednostek wzdłuż osi Ox: w prawo, gdy $p > 0$; w lewo, gdy $p < 0$ (np. $f(x + 3)$ – w lewo)	dziedzina i miejsca zerowe przesuwają się o p; zbiór wartości – bez zmian

$y = f(x) + q$	o q jednostek wzdłuż osi Oy: w górę, gdy $q > 0$; w dół, gdy $q < 0$	zbiór wartości przesuwa się o q; dziedzina bez zmian; miejsca zerowe trzeba wyznaczyć od nowa

- **Funkcja $y = \frac{a}{x}$** ($a \neq 0$): $a = x \cdot y$ dla każdego punktu wykresu; hiperbola w I i III ćwiartce ($a > 0$) albo w II i IV ($a < 0$); funkcja jest monotoniczna osobno w $(-\infty, 0)$ i w $(0, +\infty)$, ale nie w całej dziedzinie. Wykres $y = \frac{a}{x - p} + q$ to ta sama hiperbola przesunięta: dziedzina $\mathbb{R} \setminus \{p\}$, zbiór wartości $\mathbb{R} \setminus \{q\}$, proste $x = p$ i $y = q$ to asymptoty (wykres się do nich zbliża, ale ich nie przecina).
- **Karta wzorów:** w „Wybranych wzorach matematycznych" są równania prostej (postać kierunkowa, prosta przez dwa punkty, warunek równoległości); nie ma reguł odczytu z wykresu, przesunięć wykresu ani własności funkcji $y = \frac{a}{x}$ – te musisz pamiętać.

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f (punkt $(6, -1)$ nie należy do wykresu). Odczytaj: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, zbiór argumentów, dla których $f(x) > 0$, zbiór rozwiązań nierówności $f(x) \geq 2$ oraz największą i najmniejszą wartość funkcji w przedziale $\langle 0, 5 \rangle$.



Dziedzina: $\langle -5, 6)$ – prawy koniec to puste kółko. Zbiór wartości: $\langle -4, 2\rangle$ (najniższy punkt $(4, -4)$, najwyżej odcinek na wysokości 2; wartość -1 z pustego kółka funkcja i tak przyjmuje wcześniej, np. dla $x = 2{,}5$). Miejsca zerowe: -4 i 2.

Rosnąca w $\langle -5, -3\rangle$ i w $\langle 4, 6)$, stała w $\langle -3, 1\rangle$, malejąca w $\langle 1, 4\rangle$.

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-4, 2)$ – miejsca zerowe pomijamy. $f(x) \geq 2 \Leftrightarrow x \in \langle -3, 1\rangle$ (ten odcinek leży na prostej $y = 2$).

W przedziale $\langle 0, 5\rangle$: największa wartość to 2 (dla każdego $x \in \langle 0, 1\rangle$), najmniejsza to -4 (dla $x = 4$). W zadaniu „wpisz" do jednej luki wpisujesz jedną odpowiedź, np. „$\langle -4, 2\rangle$".

Przykład 2. Wykres funkcji liniowej f przechodzi przez punkty $A = (-1, 5)$ i $B = (3, -3)$. Wyznacz wzór funkcji f i jej miejsce zerowe. Następnie wyznacz wszystkie liczby m, dla których funkcja $g(x) = (6 - 3m)x + 2$ jest rosnąca.

$a = \frac{-3-5}{3-(-1)} = \frac{-8}{4} = -2$. Z punktu A: $5 = -2 \cdot (-1) + b$, więc $b = 3$. Zatem $f(x) = -2x + 3$ (sprawdzenie w punkcie B: $-2 \cdot 3 + 3 = -3$).

Miejsce zerowe: $-2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

g jest rosnąca $\Leftrightarrow 6 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 2$. Odpowiedź: $m \in (-\infty, 2)$.

Przykład 3. Funkcja f ma dziedzinę $\langle -3, 5\rangle$, zbiór wartości $\langle -1, 6\rangle$ i miejsca zerowe -2 oraz 4. Funkcja g jest określona wzorem $g(x) = f(x + 2) - 3$. Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości funkcji g. Czy z tych danych można wyznaczyć miejsca zerowe funkcji g?

$g(x) = f(x - (-2)) + (-3)$: wykres funkcji f przesuwamy o 2 jednostki **w lewo** i o 3 jednostki w dół.

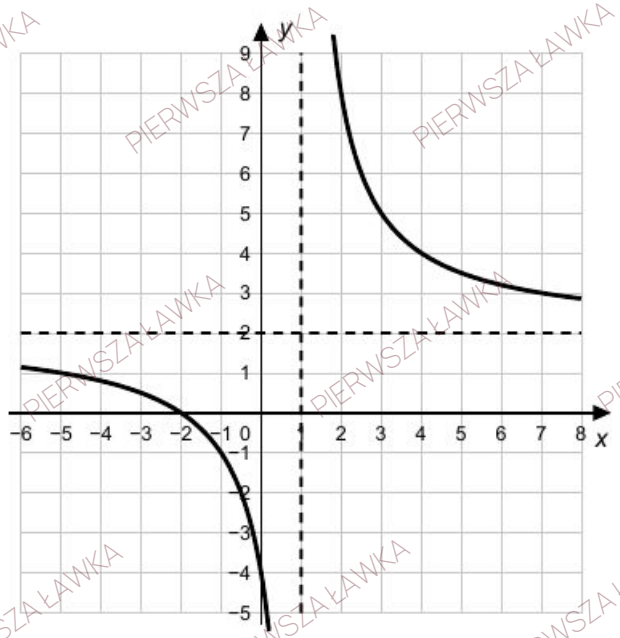
$D_g = \langle -5, 3\rangle$, zbiór wartości: $\langle -4, 3\rangle$.

Miejsca zerowe funkcji g to argumenty, dla których $f(x + 2) = 3$ – z tych danych nie da się ich wyznaczyć. Miejsca zerowe „jadą” razem z wykresem tylko przy przesunięciu wzdłuż osi Ox: funkcja $h(x) = f(x + 2)$ ma miejsca zerowe -4 i 2.

Przykład 4. Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ przechodzi przez punkt $P = (-3, -2)$. Wyznacz a. Następnie podaj dziedzinę, zbiór wartości i równania asymptot wykresu funkcji $g(x) = \frac{a}{x-1} + 2$ oraz oblicz $g(4)$.

$a = x \cdot y = (-3) \cdot (-2) = 6$. Wykres $g(x) = \frac{6}{x-1} + 2$ to hiperbola $y = \frac{6}{x}$ przesunięta o 1 w prawo i o 2 w górę:

$D_g = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, zbiór wartości $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, asymptoty: $x = 1$ i $y = 2$. $g(4) = \frac{6}{3} + 2 = 4$.



ZADANIA

Zadanie 1. Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -3x + 6$. Uzupełnij. ___ / 3 pkt

1. Miejsce zerowe funkcji f: _____
2. Punkt przecięcia wykresu funkcji f z osią Oy: _____
3. Funkcja f jest (rosnąca / malejąca / stała): _____

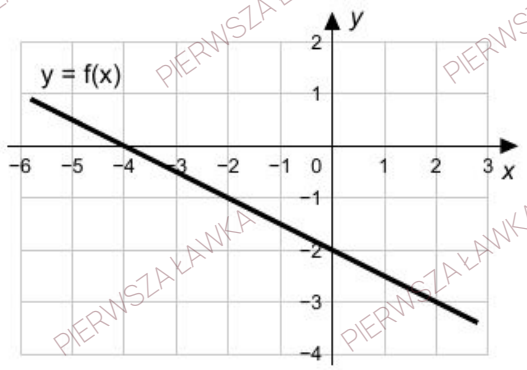
Zadanie 2. Wykres funkcji $y = f(x + 5)$ powstaje z wykresu funkcji $y = f(x)$ przez przesunięcie o 5 jednostek ___ / 1 pkt

A. w dół **B.** w lewo **C.** w górę **D.** w prawo

Zadanie 3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Wykres funkcji $y = -\frac{2}{x}$ leży w II i IV ćwiartce układu współrzędnych.	**P**	**F**
2. Punkt (4, 2) należy do wykresu funkcji $y = \frac{8}{x}$.	**P**	**F**
3. Funkcja $y = \frac{3}{x}$ ma miejsce zerowe $x = 0$.	**P**	**F**

Zadanie 4. Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji liniowej $f(x) = ax + b$. Współczynniki a i b spełniają warunki ___ / 1 pkt



A. $a < 0$ i $b > 0$ **B.** $a > 0$ i $b > 0$

C. $a < 0$ i $b < 0$ **D.** $a > 0$ i $b < 0$

PIERWSZA ŁAWKA

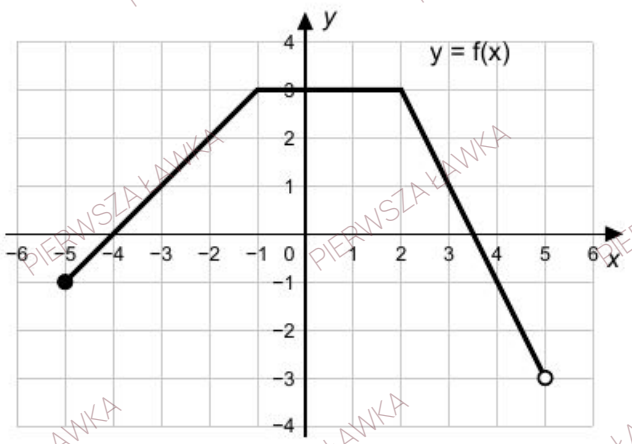
Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – zadania na poziomie matury

KARTA 3/6

Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 12 pkt

Zadanie 1. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \begin{cases} x + 4 \text{ dla } x \in \langle -5, -1\rangle \\ 3 \text{ dla } x \in (-1, 2\rangle \\ -2x + 7 \text{ dla } x \in (2, 5) \end{cases}$. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y). ___ / 4 pkt



1.1. Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział _____ .
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości nie mniejsze od 1, jest przedział _____ .

1.2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle -4, 3\rangle$ jest równa ___ / 1 pkt

A. 1 **B.** −4 **C.** −1 **D.** 0

1.3. Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe. ___ / 1 pkt

Liczba rozwiązań równania $f(x) = 2$ jest równa _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

Test: Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – grupa B

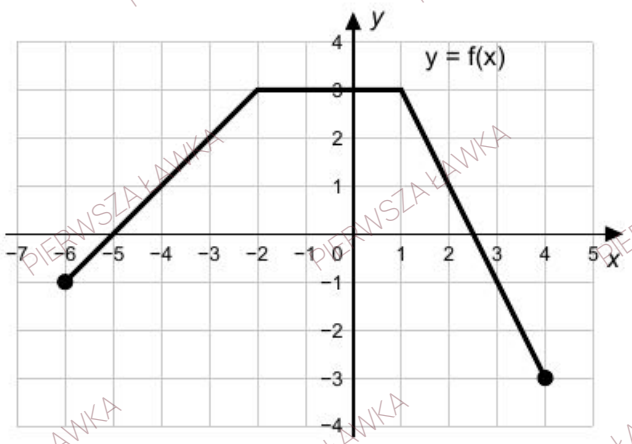
35 minut · 13 pkt

KARTA 6/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 13 pkt

Zadanie 1. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \begin{cases} x + 5 \text{ dla } x \in \langle -6, -2 \rangle \\ 3 \text{ dla } x \in (-2, 1\rangle \\ -2x + 5 \text{ dla } x \in (1, 4\rangle \end{cases}$. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.

___ / 4 pkt



1.1. Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

___ / 2 pkt

1. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział _____ .
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości dodatnie, jest przedział _____ .

1.2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle -4, 3\rangle$ jest równa

___ / 1 pkt

A. 1 **B.** −4 **C.** 3 **D.** −1

1.3. Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.

___ / 1 pkt

Liczba rozwiązań równania $f(x) = 2$ jest równa _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom podstawowy) – najczęstsze zadania: Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x (karty pracy, test...

Podgląd pokazał 8 z 25 stron. Pełna wersja: 25 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 2: Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – trening – 8 zadań, 20 pkt
- Karta 3: Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – zadania na poziomie matury – 7 zadań, 12 pkt
- Karta 4: Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – zadania trudniejsze – 5 zadań, 11 pkt
- Karta 5: Test: Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – grupa A – 7 zadań, 13 pkt
- Karta 6: Test: Funkcje: odczyt z wykresu, funkcja liniowa, przesunięcia, a/x – grupa B – 7 zadań, 13 pkt Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe i uwagi z z

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-podstawowa-najczestsze-zadania-d-funkcje-odczyt-z-wykres