PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW KART PRACY · MATEMATYKA · KLASA 8

Dział 4. Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie



Kąty przyległe i wierzchołkowe, kąty przy prostych równoległych (odpowiadające, naprzemianległe), suma kątów trójkąta, kąt zewnętrzny, trójkąt równoramienny, nierówność trójkąta, cechy przystawania trójkątów, uzasadnianie własności figur („Uzasadnij, że…") z wnioskiem, zadania w formule egzaminu ósmoklasisty. Sześć kart pracy: teoria z przykładami, ćwiczenia, utrwalenie, zastosowanie i dwa równoległe sprawdziany – z pełnym kluczem odpowiedzi.

Karta	Temat	Zadania
1	**Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – najważniejsze wiadomości** Teoria w pigułce, przykłady i rozgrzewka	5 zad. 5 pkt
2	**Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – ćwiczenia podstawowe** Sprawdzam, czy rozumiem podstawy	5 zad. 8 pkt
3	**Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – utrwalenie** Zadania o wyższym poziomie trudności	5 zad. 9 pkt
4	**Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – w praktyce** Tekst, źródło, doświadczenie lub sytuacja z życia	5 zad. 8 pkt
5	**Sprawdzian: Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – grupa A** 40 minut · 9 pkt	6 zad. 9 pkt
6	**Sprawdzian: Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – grupa B** 40 minut · 9 pkt	6 zad. 9 pkt

Jak korzystać z zestawu

- Karta 1 zawiera najważniejsze wiadomości i przykłady – od niej warto zacząć.
- Karty 2–4 to ćwiczenia podstawowe, utrwalenie oraz zastosowanie wiedzy w tekście, na źródle lub w sytuacji z życia.
- Karty 5 i 6 to równoległe sprawdziany (grupa A i grupa B) z tymi samymi typami zadań i tą samą punktacją – gotowe na lekcję.
- Każda karta mieści się na osobnych stronach i ma własną punktację – można ją wydrukować osobno jako pracę domową, kartkówkę lub zastępstwo.
- Klucz odpowiedzi do wszystkich kart znajduje się na końcu zestawu. Wersja DOCX pozwala dowolnie edytować zadania.

Materiał oryginalny. Podstawa programowa 2017 w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 996). Wymagania: VII–VIII VIII.1–VIII.6, VIII.8; IV–VI VIII.6, IX.1, IX.3, IX.8, XI.1; wymagania ogólne IV.1–IV.3. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – najważniejsze wiadomości

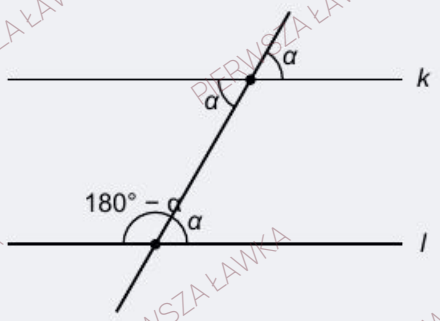
Teoria w pigułce, przykłady i rozgrzewka

KARTA 1/6

Imię i nazwisko: Data: Wynik: ..... / 5 pkt

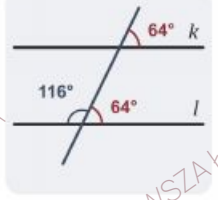
Przypomnij sobie

- **Kąty przyległe** mają wspólne ramię, a dwa pozostałe ramiona tworzą prostą – ich suma to 180°. **Kąty wierzchołkowe** są równe.
- **Proste równoległe** przecięte trzecią prostą: kąty **odpowiadające** są równe i kąty **naprzemianległe** są równe. Na rysunku (szkic) wszystkie kąty α są równe, a kąt przyległy do nich ma 180° − α.

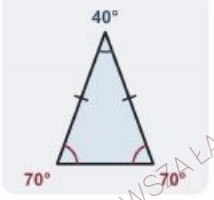


- **Suma kątów trójkąta** jest równa 180°. **Kąt zewnętrzny** trójkąta jest równy sumie dwóch kątów wewnętrznych do niego nieprzyległych.
- **Trójkąt równoramienny**: kąty przy podstawie są równe. Gdy kąt między ramionami ma γ, każdy kąt przy podstawie ma (180° − γ) : 2.
- **Nierówność trójkąta:** $|AB| + |BC| \geq |AC|$. Równość zachodzi tylko wtedy, gdy punkt B leży na odcinku AC. Z odcinków można zbudować trójkąt, gdy najdłuższy jest krótszy od sumy dwóch pozostałych.
- **Cechy przystawania trójkątów:** bok – bok – bok (bbb); bok – kąt – bok (bkb, kąt leży **między** bokami); kąt – bok – kąt (kbk, bok leży między kątami). Równe trzy kąty **nie** wystarczają.
- **Uzasadnienie** („Uzasadnij, że…”): rozumuj ogólnie (litery α, β, x), przy każdym kroku nazwij własność, **nie** zakładaj tezy i **nie** mierz. Zakończ wnioskiem: „…, co należało uzasadnić”.

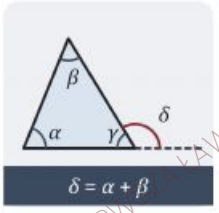
Kąty i trójkąty



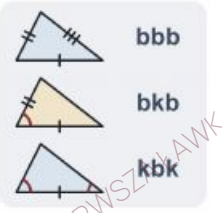
k ∥ l: kąty odpowiadające po 64°, przyległy 180° − 64° = 116°



Równoramienny: kąty przy podstawie (180° − 40°) : 2 = 70°



Kąt zewnętrzny trójkąta (δ) = suma dwóch kątów wewnętrznych do niego nieprzyległych (α + β)



Cechy przystawania: bbb, bkb, kbk – trzy równe kąty nie wystarczą

Przykłady z wyjaśnieniem

Przykład 1. Proste *k* i *l* są równoległe. Trzecia prosta tworzy z prostą *k* kąt 64°. Jakie kąty tworzy z prostą *l*?

Kąt odpowiadający (albo naprzemianległy) ma też 64°. Kąt z nim przyległy ma 180° − 64° = 116°. Przy prostej *l* są więc kąty 64° i 116°.

Przykład 2. W trójkącie równoramiennym kąt między ramionami ma 40°. Oblicz kąty przy podstawie.

Kąty przy podstawie są równe: (180° − 40°) : 2 = 140° : 2 = 70°. Sprawdzenie: 40° + 70° + 70° = 180°.

Przykład 3. Uzasadnij, że kąt zewnętrzny trójkąta jest równy sumie dwóch kątów wewnętrznych do niego nieprzyległych.

Niech kąty trójkąta mają miary α, β, γ, a kąt zewnętrzny przy kącie γ ma miarę δ. Kąty γ i δ są przyległe: δ = 180° − γ. Z sumy kątów trójkąta: α + β = 180° − γ. **Wniosek:** δ = α + β, co należało uzasadnić.

Przykład 4. W czworokącie ABCD $|AB| = |CD|$ i $|BC| = |AD|$. Uzasadnij, że $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle CDA|$.

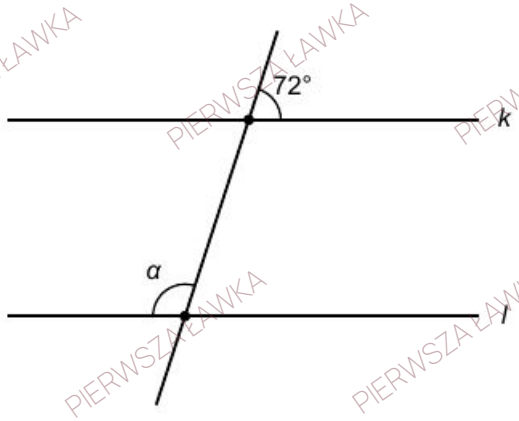
Trójkąty ABC i CDA: |AB| = |CD|, |BC| = |DA|, a bok AC jest wspólny. Z cechy bbb trójkąty są przystające, więc kąty leżące naprzeciw wspólnego boku AC są równe: |∢ABC| = |∢CDA|, co należało uzasadnić.

Zadania

1 **Jeden z dwóch kątów przyległych jest cztery razy większy od drugiego. Jaką miarę ma mniejszy z tych kątów? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.** ___ / 1 pkt

A. 18° **B.** 45° **C.** 36° **D.** 144°

2 **Proste *k* i *l* są równoległe (zobacz rysunek). Jaką miarę ma kąt α? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.** ___ / 1 pkt



A. 118° **B.** 108° **C.** 72° **D.** 18°

3 **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.** ___ / 1 pkt

1. Z odcinków o długościach 4 cm, 5 cm i 10 cm można zbudować trójkąt.	**P**	**F**
2. Z odcinków o długościach 6 cm, 7 cm i 12 cm można zbudować trójkąt.	**P**	**F**

4 **Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.** ___ / 1 pkt

W trójkącie równoramiennym kąt między ramionami ma 50°. Kąt przy podstawie ma miarę **(A. 65°/B. 130°)**. W trójkącie równoramiennym kąt przy podstawie ma 50°. Kąt między ramionami ma miarę **(C. 65°/D. 80°)**.

5 **Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**
Trójkąty ABC i KLM mają $|AB| = |KL|$, $|BC| = |LM|$ i $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle KLM|$. Te trójkąty są przystające na mocy cechy ___ / 1 pkt

A. kąt – kąt – kąt **B.** bok – bok – bok

C. kąt – bok – kąt **D.** bok – kąt – bok

PIERWSZA ŁAWKA

Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – ćwiczenia podstawowe

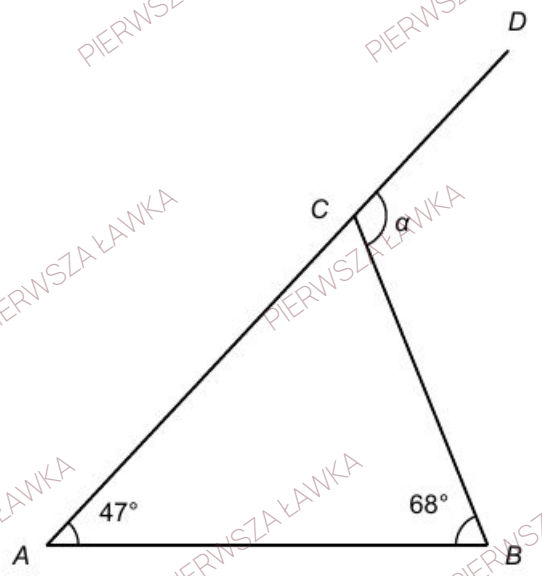


KARTA 2/6

Sprawdzam, czy rozumiem podstawy

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

1 **Bok AC trójkąta ABC przedłużono poza punkt C do punktu D (zobacz rysunek). Jaką miarę ma kąt α? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.** ___ / 1 pkt



A. 115° **B.** 112° **C.** 65° **D.** 133°

2 **W trójkącie ABC kąt BAC jest dwa razy większy od kąta ABC, a kąt ACB jest o 20° większy od kąta BAC. Oblicz miary kątów tego trójkąta. Zapisz obliczenia.** ___ / 2 pkt

3 **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.** ___ / 1 pkt

1. Trójkąt o bokach 5 cm, 7 cm, 9 cm i trójkąt o bokach 9 cm, 5 cm, 7 cm są przystające.	**P**	**F**
2. Dwa trójkąty, które mają odpowiednio równe wszystkie kąty, są zawsze przystające.	**P**	**F**

Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – utrwalenie



KARTA 3/6

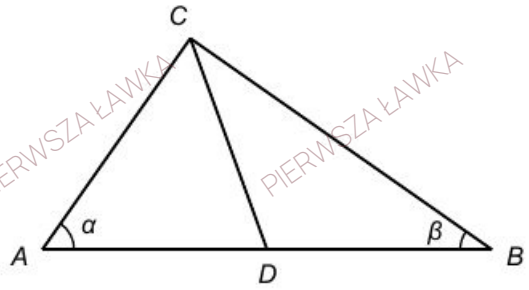
Zadania o wyższym poziomie trudności

Imię i nazwisko: Data: Wynik: ..... / 9 pkt



Podpowiedź: Równoramienny: kąty przy podstawie (180° − 40°) : 2 = 70°

1 **Na boku AB trójkąta ABC wybrano punkt D tak, że |*AD*| = |*DC*| = |*DB*| (zobacz rysunek). Uzasadnij, że kąt ACB jest prosty. Zapisz obliczenia.** ___ / 2 pkt



2 **Miary kątów trójkąta są równe α, β i γ. Wiadomo, że α + β = 2γ. Uzasadnij, że kąt γ ma miarę 60°. Zapisz obliczenia.** ___ / 2 pkt

Sprawdzian: Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – grupa A



KARTA 5/6

40 minut · 9 pkt

Imię i nazwisko: Data: Wynik: ..... / 9 pkt

1 **Jeden z dwóch kątów przyległych jest o 40° większy od drugiego. Jaką miarę ma większy z tych kątów? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.** ___ / 1 pkt

A. 70° **B.** 110° **C.** 120° **D.** 140°

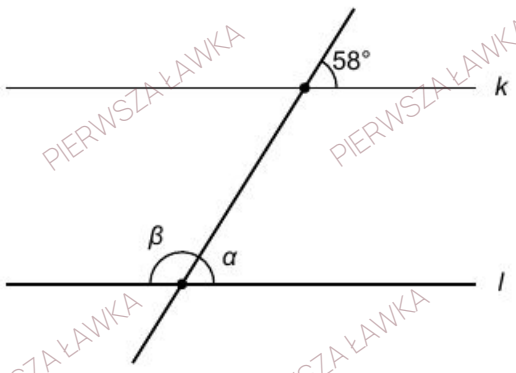
2 **Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**
W trójkącie równoramiennym kąt przy podstawie ma miarę 35°. Kąt między ramionami ma miarę ___ / 1 pkt

A. 35° **B.** 72,5° **C.** 145° **D.** 110°

3 **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.** ___ / 1 pkt

1. Z odcinków o długościach 3 cm, 8 cm i 4 cm można zbudować trójkąt.	**P**	**F**
2. Jeśli dwa trójkąty mają odpowiednio równe wszystkie trzy boki, to są przystające.	**P**	**F**

4 **Proste *k* i *l* są równoległe (zobacz rysunek). Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.** ___ / 1 pkt



Kąt α ma miarę **(A. 58°/B. 122°)**. Kąt β ma miarę **(C. 58°/D. 122°)**.

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – zestaw 6 kart pracy z kluczem i powtórką, matematyka, klasa 8

Podgląd pokazał 7 z 21 stron. Pełna wersja: 21 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – najważniejsze wiadomości – 5 zadań, 5 pkt
- Karta 2: Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – ćwiczenia podstawowe – 5 zadań, 8 pkt
- Karta 3: Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – utrwalenie – 5 zadań, 9 pkt
- Karta 4: Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – w praktyce – 5 zadań, 8 pkt
- Karta 5: Sprawdzian: Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – grupa A – 6 zadań, 9 pkt
- Karta 6: Sprawdzian: Kąty i trójkąty – przystawanie trójkątów i uzasadnianie – grupa B – 6 zadań, 9 pkt Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości i pokazuje przykłady rozwiązane

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-klasa-8-dzial-04-katy-i-trojkaty-przystawanie-trojkatow-i-uzasadnianie-zes