PIERWSZA ŁAWKA · NAJCZĘSTSZE ZADANIA MATURALNE · PP · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM PODSTAWOWY

C. Układy równań i zadania tekstowe

Układy dwóch równań liniowych (metody, liczba rozwiązań, interpretacja geometryczna), wybór układu opisującego treść, zadania tekstowe z procentami (podział kwoty, bilety i koszty, zmiany procentowe), mieszaniny, stopy i ceny mieszanek, uzasadnienie jedyności przy metodzie prób – zadania 9–11 arkusza podstawowego. Sześć kart: wzorcowe rozwiązania i zasady oceniania CKE, trening, zadania na poziomie matury, zadania trudniejsze i test w grupach A i B – z kluczem i schematami punktowania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Układy równań i zadania tekstowe – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE** Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka	4 zad. 8 pkt
2	**Układy równań i zadania tekstowe – trening** Zadania krok po kroku	7 zad. 13 pkt
3	**Układy równań i zadania tekstowe – zadania na poziomie matury** Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026	6 zad. 9 pkt
4	**Układy równań i zadania tekstowe – zadania trudniejsze** Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu	5 zad. 10 pkt
5	**Test: Układy równań i zadania tekstowe – grupa A** 35 minut · 12 pkt	7 zad. 12 pkt
6	**Test: Układy równań i zadania tekstowe – grupa B** 35 minut · 12 pkt	7 zad. 12 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe, typowe uwagi w zasadach oceniania) oraz wzorcowe rozwiązania krok po kroku.
- Karty 2–4 prowadzą od treningu, przez zadania na poziomie matury, do zadań trudniejszych.
- Karty 5 i 6 to równoległy test (grupa A i B) z punktacją jak na maturze.
- Klucz zawiera odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania w stylu CKE 2026.
- Osobny plik „Powtórka" zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy z sprawozdań CKE i test „Sprawdź się".

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: IV.1–IV.2 (+ I.1, I.8); cele ogólne III.2, IV.3. Częstość na maturze: układ równań / zadanie tekstowe z procentami – w 4 z 4

Układy równań i zadania tekstowe – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE

Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Gdzie w arkuszu.** Zadania 9–11 arkusza PP: zadanie zamknięte – wybór układu równań opisującego treść (2024 r.: tylko 57% poprawnych) albo dwie proste na rysunku i liczba rozwiązań układu; od 2025 r. **zadanie otwarte za 2 pkt** z procentami – podział budżetu (2025 r., 30% – najtrudniejsze zadanie otwarte w arkuszu) i bilety z kosztami organizacji (2026 r., 40%).

Punkty (ZO CKE 2025–2026)	Za co
1 pkt	poprawny model: układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi ALBO równanie z jedną niewiadomą ALBO poprawne rozumowanie „arytmetyczne” (np. „gdyby wszystkie bilety były ulgowe…”)
2 pkt	poprawny wynik – odpowiedź na pytanie z treści
1 pkt zamiast 2	metoda prób bez uzasadnienia, że rozwiązanie jest jedyne; przybliżenia dające inny wynik; poprawny układ bez rozwiązania
0 pkt	procent od złej kwoty; procent składany tam, gdzie go nie ma; dodatkowe założenie (np. „po równo”)

- **Wzorzec zapisu (5 kroków).** 1) Oznaczenia z jednostką i warunkiem: „x – liczba biletów normalnych, y – ulgowych, x, y – liczby naturalne”. 2) Każde zdanie treści – jedno równanie. 3) Rozwiązanie układu (podstawianie albo przeciwne współczynniki) z zapisem działań. 4) Sprawdzenie w treści: liczby dodatnie, całkowite, realne. 5) Odpowiedź dokładnie na pytanie – jeśli pytają o bilety ulgowe, nie kończ na normalnych.
- **Procent od właściwej kwoty.** „13% kwoty przyznanej zespołowi A” to $0{,}13x$, gdzie x – kwota zespołu A (a nie 13% całości). „Po odliczeniu 20% wpływów zostało P zł” to $0{,}8 \cdot (\text{wpływy}) = P$. „Liczba o 40% większa od y” to $1{,}4y$. W zadaniach o podziale kwoty nie ma procentu składanego.
- **Mieszaniny i ceny.** Masa substancji = stężenie · masa roztworu, np. w 500 g solanki 6% jest $0{,}06 \cdot 500 = 30$ g soli. Wartość mieszanki = cena za kg · masa. Równanie „bilansu”: tyle samo soli (złotówek) przed zmieszaniem i po nim. Odparowanie wody nie zmienia masy soli.
- **Metoda prób.** Jeśli „odgadniesz” liczby, uzasadnij, że innych nie ma – np. każda zamiana jednego biletu normalnego na ulgowy zmniejsza wpływy o tę samą kwotę, więc danej kwocie odpowiada tylko jedna liczba biletów. Bez tego zdania dostaniesz najwyżej 1 pkt. Najpewniej: zapisz i rozwiąż układ.

- **Interpretacja geometryczna układu.** Każde równanie to prosta. Różne współczynniki kierunkowe – dokładnie jedno rozwiązanie; proste równoległe i różne – brak rozwiązań (układ sprzeczny); ta sama prosta – nieskończenie wiele rozwiązań (układ nieoznaczony). Szybki test: czy współczynniki jednego równania są proporcjonalne do współczynników drugiego? Układów równań nie ma w karcie wzorów.

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. (otwarte, 0–2) Na koncert charytatywny sprzedano 250 biletów: normalne po 40 zł i ulgowe po 25 zł. Koszty organizacji pochłonęły 15% wpływów ze sprzedaży biletów, a pozostałe 7480 zł przekazano na cel charytatywny. Oblicz liczbę sprzedanych biletów ulgowych. Zapisz obliczenia.

Sposób I (układ równań). x – liczba biletów normalnych, y – ulgowych ($x, y \in \mathbb{N}$). Wpływy: W, $0{,}85W = 7480$, więc $W = 8800$ zł.

$$\begin{cases} x + y = 250 \\ 40x + 25y = 8800 \end{cases} \leftarrow \text{1 pkt}$$

$y = 250 - x$: $40x + 6250 - 25x = 8800$, $15x = 2550$, $x = 170$, $y = 80$.

Sprawdzenie: $40 \cdot 170 + 25 \cdot 80 = 6800 + 2000 = 8800$, $0{,}85 \cdot 8800 = 7480$. Odpowiedź: sprzedano 80 biletów ulgowych. ← 2 pkt

Sposób II („arytmetyczny"). Gdyby wszystkie bilety były ulgowe, wpływy wyniosłyby $250 \cdot 25 = 6250$ zł. Brakuje $8800 - 6250 = 2550$ zł, a każdy bilet normalny jest droższy o 15 zł: $2550 : 15 = 170$ biletów normalnych, więc ulgowych jest $250 - 170 = 80$.

Pułapki: 15% odjęte od liczby biletów; $7480 : 1{,}15$ zamiast $7480 : 0{,}85$ (procent od złej kwoty).

Przykład 2. (otwarte, 0–2) Gmina przeznaczyła łącznie 450 000 zł na remonty dwóch szkół. Do końca wakacji wykorzystano 18% kwoty przyznanej pierwszej szkole i 12% kwoty przyznanej drugiej szkole – łącznie 64 800 zł. Oblicz kwotę przyznaną pierwszej szkole.

x – kwota dla pierwszej szkoły (zł), y – dla drugiej (zł), $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x + y = 450\,000 \\ 0{,}18x + 0{,}12y = 64\,800 \end{cases} \leftarrow \text{1 pkt}$$

$0{,}18x + 0{,}12(450\,000 - x) = 64\,800$, $0{,}06x + 54\,000 = 64\,800$, $0{,}06x = 10\,800$, $x = 180\,000$ ($y = 270\,000$).

Odpowiedź: pierwsza szkoła otrzymała 180 000 zł. ← 2 pkt

Błędy z matury 2025 (30%): liczenie 18% i 12% od 450 000 zł; procent składany; przyjęcie, że szkoły dostały po równo.

Przykład 3. Kawę po 60 zł za kilogram zmieszano z kawą po 90 zł za kilogram i otrzymano 30 kg mieszanki, której kilogram kosztuje 70 zł. Oblicz, ile kilogramów każdej kawy użyto.

x – masa tańszej kawy (kg), y – droższej (kg). Wartość mieszanki: $70 \cdot 30 = 2100$ zł.

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 60x + 90y = 2100 \end{cases}; \; 60x + 2700 - 90x = 2100,\; 30x = 600,\; x = 20,\; y = 10.$$

Odpowiedź: 20 kg kawy po 60 zł i 10 kg kawy po 90 zł. Sprawdzenie: $1200 + 900 = 2100$.

Przykład 4. Jak uzasadnić jedyność przy metodzie prób? Sprzedano 100 biletów: normalne po 20 zł i ulgowe po 12 zł, za łącznie 1520 zł. Ile było biletów normalnych?
Próba: 40 normalnych i 60 ulgowych: 800 + 720 = 1520 – pasuje.
Uzasadnienie jedyności: zamiana jednego biletu ulgowego na normalny zwiększa wpływy o 20 − 12 = 8 zł, więc każdej liczbie biletów normalnych odpowiada inna kwota – 1520 zł daje tylko 40 biletów normalnych. Bez tego zdania: najwyżej 1 pkt z 2.

Przykład 5. (zamknięte) Ile rozwiązań ma układ $\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ -4x + 6y = 12 \end{cases}$**?**

Mnożymy pierwsze równanie przez 2 i dodajemy do drugiego: 0 = 24 – sprzeczność. Układ nie ma rozwiązań: proste $y = \frac{2}{3}x - 2$ i $y = \frac{2}{3}x + 2$ są równoległe i różne.

ZADANIA

Zadanie 1. Zapisz za pomocą wyrażenia algebraicznego. ___ / 4 pkt

1. cena towaru po obniżce ceny x o 15%: _____
2. 12% kwoty y: _____
3. masa soli w x g solanki o stężeniu 8%: _____
4. liczba o 40% większa od z: _____

Zadanie 2. Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ **jest para liczb** ___ / 1 pkt

A. $x = 4$, $y = 8$
B. $x = 5$, $y = -7$
C. $x = 5$, $y = 7$
D. $x = 7$, $y = 5$

Zadanie 3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 2 pkt

1. Układ $\begin{cases} y = 4x - 1 \\ y = 4x + 3 \end{cases}$ nie ma rozwiązań.	**P**	**F**
2. Układ $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$ ma dokładnie jedno rozwiązanie.	**P**	**F**

Zadanie 4. Suma dwóch liczb jest równa 50, a pierwsza z nich jest o 8 większa od drugiej. Układem równań opisującym tę sytuację jest ___ / 1 pkt

A. $\begin{cases} x - y = 50 \\ x = y + 8 \end{cases}$
B. $\begin{cases} x + y = 50 \\ x = 8y \end{cases}$
C. $\begin{cases} x + y = 50 \\ y = x + 8 \end{cases}$
D. $\begin{cases} x + y = 50 \\ x = y + 8 \end{cases}$

PIERWSZA ŁAWKA

Układy równań i zadania tekstowe – trening

Zadania krok po kroku

KARTA 2/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 13 pkt

Zadanie 1. W dwóch klasach jest łącznie 58 uczniów. Na wycieczkę pojechało 75% uczniów klasy pierwszej i 60% uczniów klasy drugiej – razem 39 osób. Niech x i y oznaczają liczby uczniów odpowiednio klasy pierwszej i drugiej. Sytuację opisuje układ ___ / 1 pkt

A. $\begin{cases} x + y = 39 \\ 0{,}75x + 0{,}6y = 58 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y = 58 \\ 0{,}75x + 0{,}6y = 39 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y = 58 \\ 0{,}75x + 0{,}6y = 0{,}39 \cdot 58 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 58 \\ 0{,}25x + 0{,}4y = 39 \end{cases}$

Zadanie 2. Za 4 bilety normalne i 3 ulgowe do kina zapłacono 162 zł, a za 2 bilety normalne i 5 ulgowych – 144 zł. Oblicz cenę biletu ulgowego. ___ / 2 pkt

Zadanie 3. Uzupełnij zdanie. ___ / 1 pkt

1. Układ równań $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ ax - 3y = 5 \end{cases}$ jest sprzeczny, gdy liczba a jest równa _____ .

Zadanie 4. Ile litrów wody trzeba dolać do 12 litrów soku o zawartości 30% soku owocowego, aby otrzymać napój o zawartości 20% soku owocowego? ___ / 2 pkt

Zadanie 5. Premię w wysokości 7200 zł podzielono między dwie osoby tak, że pierwsza dostała o 40% więcej niż druga. Oblicz obie kwoty. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Układy równań i zadania tekstowe – zadania na poziomie matury

Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026

KARTA 3/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

Zadanie 1. Do sklepu dostarczono łącznie 840 kg jabłek dwóch odmian. Sprzedano 70% jabłek pierwszej odmiany i 85% jabłek drugiej odmiany. Pozostało 186 kg jabłek. Niech x i y oznaczają masy (w kg) dostarczonych jabłek odpowiednio pierwszej i drugiej odmiany. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego rozwiązanie prowadzi do obliczenia liczb x i y, jest

___ / 1 pkt

A. $\begin{cases} x + y = 840 \\ 0{,}3x + 0{,}15y = 186 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y = 186 \\ 0{,}3x + 0{,}15y = 840 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y = 840 \\ 0{,}7x + 0{,}85y = 186 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 840 \\ 0{,}3x + 0{,}15y = 654 \end{cases}$

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układ równań $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 6x - 4y = c \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań, gdy liczba c jest równa

___ / 1 pkt

A. 5 **B.** 10 **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** -10

Zadanie 3. Dany jest układ równań $\begin{cases} y = -2x + 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. Układ ma nieskończenie wiele rozwiązań.	**P**	**F**
2. Para liczb $x = 1$, $y = 3$ nie spełnia tego układu.	**P**	**F**

Zadanie 4. Za 3 kg truskawek i 2 kg czereśni zapłacono 71 zł. Kilogram czereśni jest o 8 zł droższy od kilograma truskawek.

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

___ / 2 pkt

1. Kilogram truskawek kosztuje _____ zł.
2. Kilogram czereśni kosztuje _____ zł.

Podgląd • Pierwsza Ławka

Test: Układy równań i zadania tekstowe – grupa A

KARTA 5/6

35 minut · 12 pkt

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 12 pkt

Zadanie 1. W dwóch rocznikach szkoły jest łącznie 260 uczniów. W konkursie wzięło udział 15% uczniów pierwszego rocznika i 20% uczniów drugiego rocznika – razem 46 osób. Niech x i y oznaczają liczby uczniów odpowiednio pierwszego i drugiego rocznika.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Układem równań, którego rozwiązanie prowadzi do obliczenia liczb x i y, jest

___ / 1 pkt

A. $\begin{cases} x + y = 260 \\ 0{,}15x + 0{,}2y = 46 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y = 260 \\ 0{,}85x + 0{,}8y = 46 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y = 46 \\ 0{,}15x + 0{,}2y = 260 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 260 \\ 0{,}15x + 0{,}2y = 0{,}46 \cdot 260 \end{cases}$

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układ równań $\begin{cases} 4x - 6y = 2 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases}$

___ / 1 pkt

A. nie ma rozwiązań.

B. ma dokładnie dwa rozwiązania.

C. ma dokładnie jedno rozwiązanie.

D. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 3. Dany jest układ równań $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$.
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

___ / 1 pkt

1. Para liczb $x = 1$, $y = 2$ jest rozwiązaniem tego układu.	**P**	**F**
2. Liczba x spełniająca ten układ jest ujemna.	**P**	**F**

Zadanie 4. Liczba a jest o 20% większa od liczby b, a suma liczb a i b jest równa 132.
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

___ / 2 pkt

1. Liczba a jest równa _____ .
2. Liczba b jest równa _____ .

PIERWSZA ŁAWKA

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom podstawowy) – najczęstsze zadania: Układy równań i zadania tekstowe (karty pracy, test A i B, powtórka)

Podgląd pokazał 7 z 23 stron. Pełna wersja: 23 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Układy równań i zadania tekstowe – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 2: Układy równań i zadania tekstowe – trening – 7 zadań, 13 pkt
- Karta 3: Układy równań i zadania tekstowe – zadania na poziomie matury – 6 zadań, 9 pkt
- Karta 4: Układy równań i zadania tekstowe – zadania trudniejsze – 5 zadań, 10 pkt
- Karta 5: Test: Układy równań i zadania tekstowe – grupa A – 7 zadań, 12 pkt
- Karta 6: Test: Układy równań i zadania tekstowe – grupa B – 7 zadań, 12 pkt Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe i uwagi z zasad oceniania) oraz wzorcowe

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-podstawowa-najczestsze-zadania-c-uklady-rown