PIERWSZA ŁAWKA · ZBIÓR ZADAŃ MATURALNYCH · PP · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM PODSTAWOWY

Rozdział 9. Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg

Równanie prostej przez dwa punkty (postać kierunkowa i ogólna), równoległość prostych, punkt przecięcia prostych, długość i środek odcinka, pole trójkąta w układzie, równanie okręgu (środek i promień, punkt na okręgu, okrąg o danej średnicy), obrazy punktów i okręgów w symetriach względem osi i początku układu – zadania 22–26 arkusza podstawowego. 70 zadań maturalnych z matematyki (poziom podstawowy) w trzech sekcjach: wprowadzające, maturalne i trudniejsze, z repetytorium, wzorcowymi rozwiązaniami i kluczem z zasadami oceniania w stylu CKE.

Karta	Temat	Zadania
1	**Rozdział 9. Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg – repetytorium** Najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania, jak oceni to CKE	4 zad. 9 pkt
2	**A. Zadania wprowadzające – Geometria analityczna** Proste ćwiczenia umiejętności z tematu	11 zad. 34 pkt
3	**A. Zadania wprowadzające – trening: Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg** Zadania krok po kroku	7 zad. 13 pkt
4	**B. Zadania maturalne – Geometria analityczna** Polecenia i punktacja jak na maturze 2027	26 zad. 50 pkt
5	**B. Zadania maturalne – Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg** Na poziomie arkuszy CKE 2025–2026	15 zad. 22 pkt
6	**C. Zadania trudniejsze – Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg** Nietypowe ujęcia i zadania wieloetapowe	5 zad. 8 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Rozdział zaczyna się od repetytorium: najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania krok po kroku i to, jak CKE ocenia ten typ zadań.
- Sekcja A to zadania wprowadzające, sekcja B – zadania maturalne (formuły poleceń i punktacja jak w arkuszach CKE), sekcja C – zadania trudniejsze.
- Na końcu jest klucz: odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE.

Rozdział 9. Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg – repetytorium

Najważniejsze wiadomości, wzorcowe rozwiązania, jak oceni to CKE

KARTA 1/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Gdzie w arkuszu.** Geometria analityczna (dział IX) to zadania 22–26 arkusza PP, co roku 2–3 pkt. Prosta w układzie współrzędnych jest w każdym arkuszu 2023–2026 (równoległość, nieznany współczynnik, punkt przecięcia z osią). Punkty i odcinki – w 3 z 4 arkuszy (długość, środek, pole trójkąta; w 2024 r. zadanie otwarte za 2 pkt rozwiązało 41% zdających). Okrąg – w 2025 i 2026 r. oraz w każdym arkuszu diagnostycznym i próbnym. W próbnej maturze z marca 2026 r. było zadanie otwarte za 4 pkt: równanie okręgu po symetrii osiowej.
- **Prosta przez dwa punkty.** Dla $A = (x_A, y_A)$ i $B = (x_B, y_B)$, gdzie $x_A \neq x_B$: współczynnik kierunkowy $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, potem b z podstawienia jednego punktu do równania $y = ax + b$, a na końcu sprawdzenie drugim punktem. Gdy $x_A = x_B$, prosta jest pionowa: $x = x_A$. Postać ogólna $Ax + By + C = 0$ przy $B \neq 0$ daje $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$.
- **Położenie dwóch prostych.** Proste $y = a_1x + b_1$ i $y = a_2x + b_2$ są równoległe, gdy $a_1 = a_2$ (a pokrywają się, gdy dodatkowo $b_1 = b_2$). Gdy $a_1 \neq a_2$, proste przecinają się w jednym punkcie – rozwiąż układ ich równań. Prosta równoległa do danej i przechodząca przez punkt P ma ten sam współczynnik a, a b obliczasz z podstawienia P. Warunek prostopadłości $a_1a_2 = -1$ jest w karcie wzorów, ale wyznaczanie prostej prostopadłej należy do zakresu rozszerzonego – w PP nie jest wymagane.
- **Odcinek.** $|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$, środek $S = (\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2})$. Drugi koniec odcinka przy danym środku: $x_B = 2x_S - x_A$, $y_B = 2y_S - y_A$. Pole trójkąta, którego bok leży na prostej poziomej albo pionowej: połowa iloczynu długości tego boku i odległości trzeciego wierzchołka od tej prostej.
- **Okrąg** $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ma środek $S = (a, b)$ – **znaki przeciwne** do tych w nawiasach (nawias $(x + 3)^2$ oznacza $a = -3$) – i promień r równy pierwiastkowi z prawej strony. Punkt P leży na okręgu, gdy $|SP| = r$, a wewnątrz koła, gdy odcinek SP jest krótszy od promienia. Okrąg o średnicy AB: środek w środku odcinka AB, promień $\frac{1}{2}|AB|$. Okrąg o środku (a, b) jest styczny do osi Ox, gdy $r = |b|$, a do osi Oy, gdy $r = |a|$.
- **Symetrie.** Względem osi Ox: $(x, y) \to (x, -y)$; względem osi Oy: $(x, y) \to (-x, y)$; względem początku układu: $(x, y) \to (-x, -y)$. Obraz okręgu to okrąg o tym samym promieniu i środku w obrazie środka; obraz wielokąta – wielokąt o wierzchołkach w obrazach wierzchołków.

Przykład 5. (zadanie zamknięte, 1 pkt) Oblicz współrzędne punktu wspólnego prostych $y = -x + 7$ i $2x - y - 2 = 0$.

Z drugiego równania $y = 2x - 2$. Porównujemy: $-x + 7 = 2x - 2$, $3x = 9$, $x = 3$, $y = 4$.

Sprawdzenie: $-3 + 7 = 4$ oraz $2 \cdot 3 - 4 - 2 = 0$. Punkt wspólny: $(3, 4)$.

ZADANIA

Zadanie 1. Odczytaj z równania okręgu współrzędne środka i promień. ___ / 4 pkt

1. Środek okręgu $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 49$: _____
2. Promień tego okręgu: _____
3. Środek okręgu $(x - 5)^2 + y^2 = 12$: _____
4. Promień tego okręgu: _____

Zadanie 2. Prostą równoległą do prostej $y = -4x + 1$ jest prosta o równaniu ___ / 1 pkt

A. $y = \frac{1}{4}x + 1$ **B.** $y = 4x + 1$

C. $y = -\frac{1}{4}x - 4$ **D.** $y = -4x + 7$

Zadanie 3. Odcinek o końcach $A = (1, -2)$ i $B = (-2, 2)$ ma długość ___ / 1 pkt

A. 5 **B.** 7 **C.** 25 **D.** $\sqrt{7}$

Zadanie 4. Punkt $P = (-4, 3)$ przekształcono w symetriach. Uzupełnij. ___ / 3 pkt

1. Obraz w symetrii względem osi Ox: _____
2. Obraz w symetrii względem osi Oy: _____
3. Obraz w symetrii względem początku układu: _____

PIERWSZA ŁAWKA

A. Zadania wprowadzające – Geometria analityczna

KARTA 2/6

Proste ćwiczenia umiejętności z tematu

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 34 pkt

Zadanie 1. Dane są punkty $A = (2, -1)$ i $B = (-4, 7)$. Uzupełnij. ___ / 4 pkt

1. $|AB| =$ _____
2. Środek odcinka AB: _____
3. Obraz punktu A w symetrii względem osi Ox: _____
4. Obraz punktu B w symetrii względem początku układu współrzędnych: _____

Zadanie 2. Okrąg o równaniu $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$ ma środek S i promień r, gdzie ___ / 1 pkt

A. $S = (-4, 1)$, $r = 3$ **B.** $S = (4, -1)$, $r = 9$

C. $S = (4, -1)$, $r = 3$ **D.** $S = (-4, 1)$, $r = 9$

Zadanie 3. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Proste $y = 2x + 1$ i $4x - 2y + 5 = 0$ są równoległe.	**P**	**F**
2. Punkt $(0, 5)$ leży na okręgu $x^2 + y^2 = 25$.	**P**	**F**
3. Obrazem punktu $(3, -2)$ w symetrii względem osi Oy jest punkt $(-3, 2)$.	**P**	**F**

Zadanie 4. Oblicz długości odcinków i współrzędne ich środków. ___ / 5 pkt

1. $|KL|$, gdzie $K = (1, 1)$, $L = (4, 5)$: _____
2. $|MN|$, gdzie $M = (-2, 3)$, $N = (4, -1)$: _____
3. środek odcinka MN: _____
4. $|PR|$, gdzie $P = (0, -3)$, $R = (6, -3)$: _____
5. środek odcinka PR: _____

Zadanie 5. Dopasuj do każdego równania okręgu (1–4) jego środek i promień (a–d). ___ / 4 pkt

1. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$
2. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$
3. $x^2 + (y + 2)^2 = 16$
4. $(x - 1)^2 + y^2 = 2$

a) $S = (0, -2)$, $r = 4$

b) $S = (1, 0)$, $r = \sqrt{2}$

c) $S = (1, -2)$, $r = 4$

d) $S = (-1, 2)$, $r = 2$

1 ____ 2 ____ 3 ____ 4 ____

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 6. Punkty $A = (m, 3)$ i $B = (4, -1)$ są odległe o 5. Wyznacz wszystkie możliwe wartości liczby m.

___ / 2 pkt

Zadanie 7. Okrąg o środku $S = (-1, 4)$ przechodzi przez punkt $P = (2, 0)$. a) Oblicz promień i zapisz równanie okręgu. b) Sprawdź, czy punkty $Q = (3, 7)$ i $R = (-5, 0)$ leżą na tym okręgu.

___ / 3 pkt

Zadanie 8. Czworokąt $ABCD$ ma wierzchołki $A = (1, 1)$, $B = (5, 2)$, $C = (4, 5)$, $D = (0, 4)$. a) Wyznacz wierzchołki obrazu czworokąta w symetrii względem osi Ox. b) Wyznacz wierzchołki obrazu czworokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych. c) Zapisz równania obrazów okręgu $(x + 2)^2 + (y - 6)^2 = 10$ w symetrii względem osi Ox i w symetrii względem początku układu współrzędnych.

___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

A. Zadania wprowadzające – trening: Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg

Zadania krok po kroku

KARTA 3/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 13 pkt

Zadanie 1. Prosta przechodząca przez punkty $A = (1, 3)$ i $B = (3, 9)$ ma równanie ___ / 1 pkt

A. $y = 3x + 3$ **B.** $y = 3x$

C. $y = -3x + 6$ **D.** $y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$

Zadanie 2. Prosta k ma równanie $10x + 5y - 15 = 0$. Uzupełnij. ___ / 2 pkt

1. Współczynnik kierunkowy prostej k jest równy _____ .
2. Prosta k przecina oś Oy w punkcie _____ .

Zadanie 3. Proste o równaniach $y = (2m + 1)x + 3$ oraz $y = 7x - 1$ są równoległe, gdy liczba m jest równa ___ / 1 pkt

A. -3 **B.** 4 **C.** 3 **D.** $\frac{7}{2}$

Zadanie 4. Proste $y = 2x - 1$ i $y = -x + 8$ przecinają się w punkcie ___ / 1 pkt

A. $(5, 3)$ **B.** $(3, -5)$ **C.** $(-3, 5)$ **D.** $(3, 5)$

Zadanie 5. Punkt $S = (1, -1)$ jest środkiem odcinka AB, gdzie $A = (-3, 2)$. Oblicz współrzędne punktu B i długość odcinka AB. ___ / 2 pkt

Zadanie 6. Dany jest okrąg o równaniu $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 169$. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Punkt (9, 9) leży na tym okręgu.	**P**	**F**
2. Środek okręgu ma współrzędne $(-4, 3)$.	**P**	**F**
3. Okrąg przecina oś Ox w dwóch punktach.	**P**	**F**

Podgląd • Pierwsza Ławka

B. Zadania maturalne – Geometria analityczna

KARTA 4/6

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 50 pkt

Zadanie 1. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są punkty $A = (-3, 4)$ oraz $B = (2, -8)$.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Długość odcinka AB jest równa ___ / 1 pkt

A. $\sqrt{17}$ **B.** 13 **C.** 17 **D.** $\sqrt{119}$

Zadanie 2. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Okrąg o równaniu $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 20$ ma środek S i promień r, gdzie ___ / 1 pkt

A. $S = (-5, 2)$, $r = 2\sqrt{5}$ **B.** $S = (-5, 2)$, $r = 20$

C. $S = (5, -2)$, $r = 2\sqrt{5}$ **D.** $S = (5, -2)$, $r = 10$

Zadanie 3. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) odcinek AB, gdzie $A = (-1, -3)$ i $B = (7, 3)$, jest średnicą okręgu.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Okrąg ten jest określony równaniem ___ / 1 pkt

A. $(x - 3)^2 + y^2 = 100$ **B.** $(x + 3)^2 + y^2 = 25$

C. $(x - 3)^2 + y^2 = 5$ **D.** $(x - 3)^2 + y^2 = 25$

Zadanie 4. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są punkt $P = (-3, 7)$ oraz okrąg o o równaniu $(x - 1)^2 + (y + 6)^2 = 9$.
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Obrazem punktu P w symetrii względem osi Oy jest punkt $(3, 7)$.	**P**	**F**
2. Obrazem okręgu o w symetrii względem osi Ox jest okrąg o równaniu $(x + 1)^2 + (y + 6)^2 = 9$.	**P**	**F**

Zadanie 5. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $S = (3, 1)$ jest środkiem odcinka AB, gdzie $A = (-1, -2)$.
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. Punkt B ma współrzędne _____ .
2. Długość odcinka AB jest równa _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 6. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Prosta przechodząca przez punkty $A = (-2, 1)$ i $B = (4, 4)$ ma równanie

___ / 1 pkt

A. $y = 2x + 5$

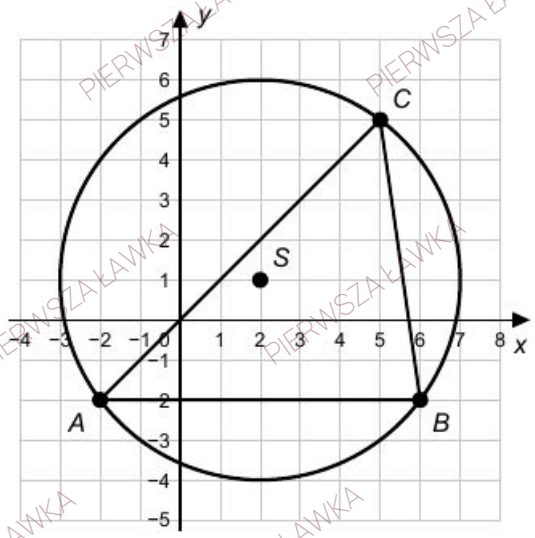
B. $y = \frac{1}{2}x + 2$

C. $y = -\frac{1}{2}x$

D. $y = \frac{1}{2}x + 1$

Zadanie 7. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano okrąg o środku S oraz trójkąt ABC wpisany w ten okrąg (zobacz rysunek). Punkty A, B, C i S mają obie współrzędne całkowite.

___ / 4 pkt



7.1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Okrąg jest określony równaniem

___ / 1 pkt

A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$

B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$

C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 100$

D. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$

7.2. Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

___ / 2 pkt

1. Obrazem punktu C w symetrii względem początku układu współrzędnych jest punkt _____ .
2. Obrazem okręgu w symetrii względem osi Oy jest okrąg o środku w punkcie _____ .

7.3. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Obwód trójkąta ABC jest równy

___ / 1 pkt

A. 20

B. $8 + 7\sqrt{2}$

C. $8 + 12\sqrt{2}$

D. $12 + 8\sqrt{2}$

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 8. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) okrąg o środku $S = (1, -2)$ przechodzi przez punkt $A = (4, 2)$. Odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Wyznacz równanie okręgu i współrzędne punktu B. Sprawdź, czy punkt $P = (-3, 1)$ leży na tym okręgu. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 9. Dane są punkty $P = (-1, -4)$ i $Q = (7, 2)$. Uzupełnij.

___ / 2 pkt

1. $|PQ| =$ _____
2. Środek odcinka PQ ma współrzędne _____

Zadanie 10. Obrazem punktu $K = (4, -7)$ w symetrii względem początku układu współrzędnych jest punkt

___ / 1 pkt

A. $(-4, -7)$ **B.** $(-4, 7)$ **C.** $(4, 7)$ **D.** $(-7, 4)$

Zadanie 11. Punkt $S = (-2, 4)$ jest środkiem odcinka AB, gdzie $A = (1, 8)$. Wyznacz współrzędne punktu B i oblicz długość odcinka AB. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 12. Trójkąt KLM ma wierzchołki $K = (-3, 1)$, $L = (2, 1)$, $M = (0, 5)$. Wyznacz wierzchołki obrazu tego trójkąta w symetrii względem osi Oy. Oblicz pole trójkąta KLM. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 13. Okrąg o równaniu $(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 49$ ma środek S i promień r, gdzie ___ / 1 pkt

A. $S = (6, -3)$, $r = 7$

B. $S = (-6, 3)$, $r = 7$

C. $S = (6, -3)$, $r = 49$

D. $S = (-6, 3)$, $r = 49$

Zadanie 14. Zapisz równanie okręgu. ___ / 2 pkt

1. Okrąg o środku $S = (-3, 2)$ i promieniu 4: _____

2. Okrąg o środku $S = (0, 5)$ przechodzący przez punkt (3, 1): _____

Zadanie 15. Dany jest okrąg o równaniu $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 13$. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 2 pkt

1. Punkt (4, 2) leży na tym okręgu.	**P**	**F**
2. Obrazem tego okręgu w symetrii względem osi Ox jest okrąg o środku $(-2, -1)$.	**P**	**F**

Zadanie 16. Punkty $A = (-4, 1)$ i $B = (2, 9)$ są końcami średnicy okręgu. Wyznacz równanie tego okręgu. Sprawdź, czy punkt $C = (4, 5)$ leży na tym okręgu. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 17. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są punkty $A = (-3, 5)$ oraz $B = (5, -1)$.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Długość odcinka AB jest równa ___ / 1 pkt

A. $2\sqrt{7}$ **B.** $\sqrt{10}$ **C.** 14 **D.** 10

Zadanie 18. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Okrąg o równaniu $(x - 7)^2 + (y + 2)^2 = 18$ ma środek S i promień r, gdzie ___ / 1 pkt

A. $S = (-7, 2)$, $r = 18$

B. $S = (7, -2)$, $r = 9$

C. $S = (7, -2)$, $r = 3\sqrt{2}$

D. $S = (-7, 2)$, $r = 3\sqrt{2}$

Zadanie 19. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Prosta przechodząca przez punkty $P = (-1, 5)$ i $R = (3, -3)$ ma równanie ___ / 1 pkt

A. $y = 2x + 7$

B. $y = -2x + 3$

C. $y = -2x + 5$

D. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom podstawowy) – zbiór zadań, rozdział 9: Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg, z odpowiedziami

Podgląd pokazał 10 z 31 stron. Pełna wersja: 31 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Rozdział 9. Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg – repetytorium – 4 zadania, 9 pkt
- A. Zadania wprowadzające – Geometria analityczna – 11 zadań, 34 pkt
- A. Zadania wprowadzające – trening: Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg – 7 zadań, 13 pkt
- B. Zadania maturalne – Geometria analityczna – 26 zadań, 50 pkt
- B. Zadania maturalne – Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg – 15 zadań, 22 pkt
- C. Zadania trudniejsze – Geometria analityczna: proste, odcinki, okrąg – 5 zadań, 8 pkt Na końcu: klucz do zadań zamkniętych, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania zadań

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matematyka-matura-pp-zbior-zadan-rozdzial-09-geometria-analityczna