PIERWSZA ŁAWKA · ZESTAW DZIAŁOWY · MATEMATYKA · KLASA 3 LO I TECHNIKUM · ZAKRES PODSTAWOWY

# Dział 5. Statystyka

Średnia arytmetyczna i średnia ważona, mediana i dominanta – z danych, z tabeli liczebności i z diagramu słupkowego; zmiana średniej po dopisaniu lub usunięciu danych, średnia połączonych grup, przekształcenie danych, brakujące dane przy znanej średniej lub medianie. Dziewięć kart: teoria z przykładami, ćwiczenia, zadania typu maturalnego, dwie kartkówki (A i B) i sprawdzian (A i B) – z kluczem i zasadami oceniania.

| Karta | Temat | Zadania |
|---|---|---|
| 1 | **Statystyka – najważniejsze wiadomości**<br>Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka | 3 zad.<br>7 pkt |
| 2 | **Statystyka – ćwiczenia**<br>Ćwiczę umiejętności z działu | 7 zad.<br>16 pkt |
| 3 | **Statystyka – zadania typu maturalnego**<br>Polecenia i punktacja jak na maturze 2027 | 7 zad.<br>13 pkt |
| 4 | **Kartkówka 1: średnia, mediana, dominanta – grupa A**<br>15 minut · 9 pkt | 4 zad.<br>9 pkt |
| 5 | **Kartkówka 1: średnia, mediana, dominanta – grupa B**<br>15 minut · 9 pkt | 4 zad.<br>9 pkt |
| 6 | **Kartkówka 2: tabela, diagram, średnia ważona – grupa A**<br>15 minut · 8 pkt | 4 zad.<br>8 pkt |
| 7 | **Kartkówka 2: tabela, diagram, średnia ważona – grupa B**<br>15 minut · 8 pkt | 4 zad.<br>8 pkt |
| 8 | **Sprawdzian: Statystyka – grupa A**<br>45 minut · 20 pkt | 10 zad.<br>20 pkt |
| 9 | **Sprawdzian: Statystyka – grupa B**<br>45 minut · 20 pkt | 10 zad.<br>20 pkt |

### JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 przypomina najważniejsze wiadomości z działu i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku – od niej warto zacząć.

- Karta 2 to ćwiczenia, a karta 3 – zadania w formule matury 2027 (polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE).
- Karty 4–7 to dwie kartkówki (po 15 minut), każda w grupach A i B. Karty 8–9 to sprawdzian (45 minut) w grupach A i B – te same typy zadań i ta sama punktacja, inne liczby.
- Klucz na końcu zestawu zawiera odpowiedzi, przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych w stylu CKE (kamienie milowe, błąd rachunkowy = −1 pkt).
- Osobny plik „Powtórka” zbiera definicje, wzory (z zaznaczeniem, które są w karcie wzorów CKE), typowe błędy i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: XII.2; cele ogólne I, II.1, IV.2. Miejsce w seriach podręczników: NE kl. 3 · Pazdro kl. 4 · GWO kl. 3 (ZR kl. 2) · technikum NE kl. 4. Nazwy wydawnictw i serii podano tylko informacyjnie – materiał nie jest z nimi powiązany. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

# Statystyka – najważniejsze wiadomości

Teoria w pigułce, przykłady rozwiązane krok po kroku, rozgrzewka

KARTA 1/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 7 pkt

**PRZYPOMNIJ SOBIE**

- **Średnia arytmetyczna** liczb $x_1, x_2, \ldots, x_n$: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$. W zadaniach często przydaje się odwrotnie: **suma danych = n · średnia** (np. średnia czterech liczb jest równa 7, więc ich suma to 28).
- **Średnia ważona** liczb $x_1, \ldots, x_n$ z dodatnimi wagami $w_1, \ldots, w_n$: $\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$. Średnia z tabeli liczebności to średnia ważona – wagami są liczebności. Tak liczy się też średnią ocen z wagami.
- **Mediana.** Dane porządkujemy niemalejąco. Gdy danych jest $n$ i $n$ jest nieparzyste, mediana to wyraz środkowy (o numerze $\frac{n+1}{2}$); gdy $n$ jest parzyste – średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów (o numerach $\frac{n}{2}$ i $\frac{n}{2}+1$). Przy tabeli liczebności liczymy „narastająco”, na którym miejscu kończy się każda wartość.
- **Dominanta** (moda) to wartość, która występuje najczęściej. Zestaw może mieć kilka dominant (np. 1, 2, 2, 3, 3 – dominanty 2 i 3); gdy każda wartość występuje tyle samo razy, dominanty nie wskazujemy.
- **Tabela i diagram.** Na diagramie słupkowym na osi poziomej są **wartości** (np. liczba książek), a na osi pionowej – **liczebności** (ile osób). Mediana i dominanta są wartościami z osi poziomej, a nie wysokościami słupków.
- **Dopisanie lub usunięcie danej:** nowa średnia = $\frac{n\bar{x} + a}{n+1}$ albo $\frac{n\bar{x} - a}{n-1}$. Dopisanie liczby większej od średniej zwiększa średnią, mniejszej – zmniejsza. **Średnia połączonych grup** to $\frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$ – nie jest to średnia dwóch średnich.
- **Przekształcenie danych:** jeżeli każdą daną pomnożymy przez $a > 0$ i dodamy $b$, to średnia, mediana i dominanta też zmienią się tak samo: nowa średnia to $a\bar{x} + b$. Samo dodanie liczby $b$ do każdej danej przesuwa średnią, medianę i dominantę o $b$.
- **Karta wzorów CKE** (część o statystyce): średnia arytmetyczna, ważona i geometryczna oraz mediana. Dominanty w karcie nie ma. Pozostałe wzory z tej części karty nie są od 2024 r. wymagane w zakresie podstawowym.

Podgląd • Pierwsza Ławka

**PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM**

**Przykład 1. Oblicz średnią arytmetyczną, medianę i dominantę liczb: 7, 3, 9, 4, 7, 10, 2, 6.**

Suma: 48, liczb jest 8, średnia $\frac{48}{8} = 6$.

Po uporządkowaniu: 2, 3, 4, **6**, **7**, 7, 9, 10. Liczb jest 8 (parzyście), mediana = $\frac{6+7}{2} = 6{,}5$.

Najczęściej (2 razy) występuje 7 – dominanta jest równa 7.

**Przykład 2. Zapytano 20 osób o liczbę rodzeństwa. Odpowiedzi: 0 – 5 osób, 1 – 9 osób, 2 – 4 osoby, 3 – 2 osoby. Oblicz średnią, medianę i dominantę.**

Średnia (ważona liczebnościami): $\frac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 9 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2}{20} = \frac{23}{20} = 1{,}15$.

Mediana: danych jest 20, środkowe mają numery 10 i 11. Wartość 0 zajmuje miejsca 1–5, wartość 1 – miejsca 6–14, więc 10. i 11. dana to 1: mediana = 1.
Dominanta: 1 (9 osób).

**Przykład 3. Uczeń otrzymał ze sprawdzianów (waga 3) oceny 4 i 5, z kartkówek (waga 2) oceny 3, 4 i 5, a za odpowiedź (waga 1) ocenę 6. Oblicz średnią ważoną ocen.**

Licznik: $3 \cdot (4 + 5) + 2 \cdot (3 + 4 + 5) + 1 \cdot 6 = 27 + 24 + 6 = 57$. Mianownik (suma wag wszystkich ocen): $3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 1 = 13$.

Średnia ważona: $\frac{57}{13} \approx 4{,}38$. (Średnia arytmetyczna tych ocen to $\frac{27}{6} = 4{,}5$ – wagi „ściągają” wynik w stronę ocen ze sprawdzianów i kartkówek.)

**Przykład 4. a) Średnia arytmetyczna 12 liczb jest równa 15. Dopisano liczbę *x* i średnia wzrosła do 16. Oblicz *x*. b) Średnia arytmetyczna 10 liczb jest równa 8. Po usunięciu jednej z nich średnia pozostałych jest równa 7,5. Jaką liczbę usunięto?**

a) Suma 12 liczb: $12 \cdot 15 = 180$, suma 13 liczb: $13 \cdot 16 = 208$, więc $x = 208 - 180 = 28$.
b) Suma 10 liczb: 80, suma 9 pozostałych: $9 \cdot 7{,}5 = 67{,}5$. Usunięto liczbę $80 - 67{,}5 = 12{,}5$.

**Przykład 5. Czas dojazdu do szkoły 20 uczniów (w minutach): 10 min – 4 osoby, 15 min – 7 osób, 20 min – 6 osób, 25 min – 2 osoby, 30 min – 1 osoba. Oblicz średni czas dojazdu, medianę i dominantę.**

Średnia: $\frac{10 \cdot 4 + 15 \cdot 7 + 20 \cdot 6 + 25 \cdot 2 + 30 \cdot 1}{20} = \frac{345}{20} = 17{,}25$ min.

Mediana: 10. i 11. dana. Wartość 10 – miejsca 1–4, wartość 15 – miejsca 5–11, więc mediana = 15 min. Dominanta: 15 min (7 osób – najwyższy słupek na diagramie).

**ZADANIA**

**Zadanie 1. Dane są liczby: 5, 8, 2, 8, 7. Uzupełnij.** ___ / 3 pkt

1. średnia arytmetyczna = _____ 2. mediana = _____ 3. dominanta = _____

**Zadanie 2. Mediana liczb 3, 11, 6, 9, 1, 12 jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** 7,5 **B.** 7 **C.** 9 **D.** 6

Podgląd • Pierwsza Ławka

# Statystyka – ćwiczenia

KARTA 2/9

Ćwiczę umiejętności z działu

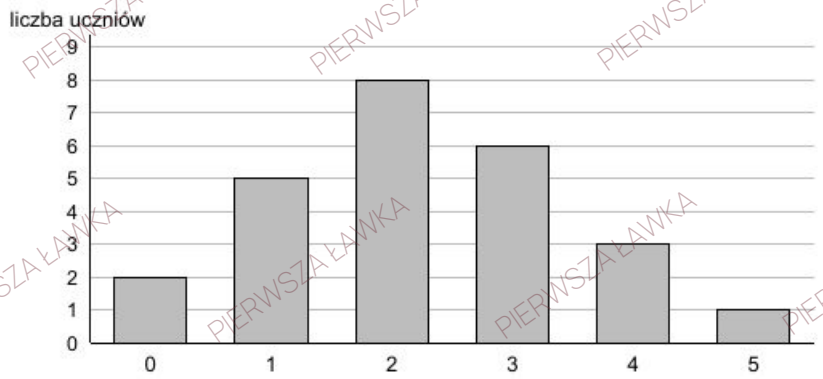
Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 16 pkt

**Zadanie 1. W sklepie zapisano rozmiary butów sprzedanych w ciągu jednego dnia.**

| rozmiar | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| liczba par | 3 | 5 | 8 | 6 | 2 | 1 |

**Oblicz średni rozmiar sprzedanych butów, medianę i dominantę rozmiarów.** ___ / 3 pkt

**Zadanie 2. Na diagramie przedstawiono, ile książek przeczytali w wakacje uczniowie klasy 3b (na osi poziomej – liczba książek, na osi pionowej – liczba uczniów). Mediana liczby przeczytanych książek jest równa** ___ / 1 pkt




**A.** 8 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 2,5

**Zadanie 3. Uczeń otrzymał ze sprawdzianów (waga 3) oceny 5 i 4, z kartkówki (waga 2) ocenę 3, a za aktywność (waga 1) oceny 6 i 4. Uzupełnij.** ___ / 2 pkt

1. średnia ważona ocen = _____ 2. średnia arytmetyczna ocen = _____

Podgląd • Pierwsza Ławka

**Zadanie 4. Średnia arytmetyczna liczb 4, 7, *x*, 10, 2*x* jest równa 9. Oblicz *x* i medianę tego zestawu liczb.** ___ / 2 pkt

**Zadanie 5. Średnia wieku jedenastu zawodników drużyny jest równa 24 lata. Po dołączeniu trenera średnia wieku wszystkich osób jest równa 25 lat. Ile lat ma trener?** ___ / 2 pkt

**Zadanie 6. Do każdej z liczb 3, 5, 5, 8, 9 dodano 4. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F).** ___ / 3 pkt

| | | |
|---|---|---|
| 1. Średnia arytmetyczna wzrosła o 4. | **P** | **F** |
| 2. Mediana wzrosła o 4. | **P** | **F** |
| 3. Dominanta nie zmieniła się. | **P** | **F** |

**Zadanie 7. W tabeli podano wyniki testu (liczba punktów od 0 do 5) uczniów pewnej klasy.**

| **liczba punktów** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **liczba uczniów** | **2** | **4** | **9** | **5** | **6** | **4** |

**Oblicz średnią liczbę punktów, medianę i dominantę.** ___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

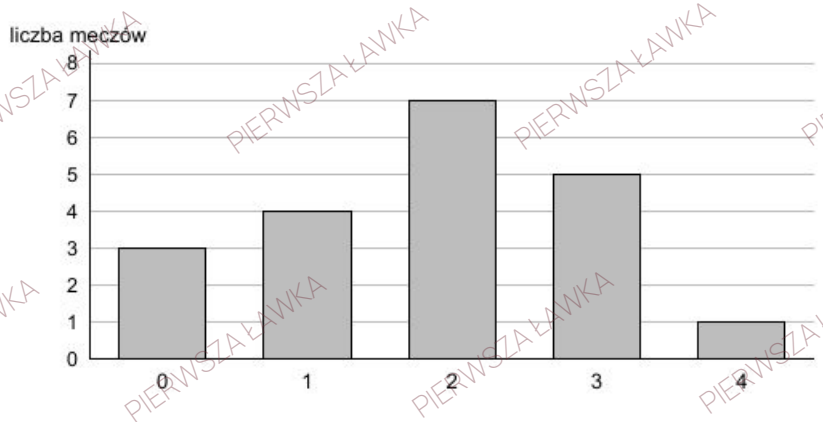
# Statystyka – zadania typu maturalnego

KARTA 3/9

Polecenia i punktacja jak na maturze 2027

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 13 pkt

**Zadanie 1. Na diagramie przedstawiono, ile bramek strzeliła drużyna piłkarska w kolejnych meczach sezonu (na osi poziomej – liczba bramek w meczu, na osi pionowej – liczba meczów). Drużyna rozegrała 20 meczów.** ___ / 4 pkt




**1.1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**
**Mediana liczby bramek strzelonych przez drużynę w jednym meczu jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** 1,85 **B.** 2,5 **C.** 7 **D.** 2

**1.2. Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.** ___ / 2 pkt

1. Dominanta liczby bramek strzelonych w jednym meczu jest równa _____ .
2. Średnia arytmetyczna liczby bramek strzelonych w jednym meczu jest równa _____ .

**1.3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.** ___ / 1 pkt

| | | |
|---|---|---|
| 1. W co najmniej połowie meczów drużyna strzeliła co najmniej dwie bramki. | **P** | **F** |
| 2. W 30% meczów drużyna nie strzeliła bramki. | **P** | **F** |

**Zadanie 2. Średnia arytmetyczna sześciu liczb: 3, 8, 5, 10, *x*, *y*, jest równa 7.**
**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**
**Suma *x* + *y* jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** 26 **B.** 14 **C.** 16 **D.** 9

**Zadanie 3. Średnia arytmetyczna czterech liczb: *a*, *b*, *c*, *d*, jest równa 6.**
**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**
**Średnia arytmetyczna liczb 2*a* + 1, 2*b* + 1, 2*c* + 1, 2*d* + 1 jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** 13 **B.** 12 **C.** 7 **D.** 14

**Zadanie 4. Kino sprzedało w sobotę 100 biletów w trzech cenach.**

| cena biletu (zł) | 20 | 25 | 40 |
|---|---|---|---|
| liczba biletów | 30 | 50 | 20 |

**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.** ___ / 1 pkt

| | | |
|---|---|---|
| 1. Średnia cena sprzedanego biletu jest równa 26,50 zł. | **P** | **F** |
| 2. Mediana cen sprzedanych biletów jest równa 25 zł. | **P** | **F** |
| 3. Średnia cena sprzedanego biletu jest równa średniej arytmetycznej cen trzech rodzajów biletów. | **P** | **F** |

**Zadanie 5. Do zestawu liczb 4, 6, 9, 13, 15 dopisano liczbę *x*. Mediana otrzymanego zestawu sześciu liczb jest równa 10.**
**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**
**Liczba *x* jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** 12 **B.** 10 **C.** 13 **D.** 11

**Zadanie 6. Średni wynik testu 25 uczniów klasy 3a jest równy 62 punkty, a średni wynik tego samego testu 15 uczniów klasy 3b jest równy 70 punktów. Oblicz średni wynik testu wszystkich uczniów obu klas. Zapisz obliczenia.** ___ / 2 pkt

**Zadanie 7. Średnia arytmetyczna ośmiu liczb jest równa 12. Z tego zestawu usunięto dwie liczby, których różnica jest równa 6, i wtedy średnia arytmetyczna pozostałych liczb była równa 11. Wyznacz usunięte liczby. Zapisz obliczenia.** ___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

# Kartkówka 1: średnia, mediana, dominanta – grupa A

15 minut · 9 pkt

KARTA 4/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

**Zadanie 1. Dane są liczby: 6, 2, 9, 4, 9, 3, 2, 9. Uzupełnij.** ___ / 3 pkt

1. średnia arytmetyczna = _____
2. mediana = _____
3. dominanta = _____

**Zadanie 2. Średnia arytmetyczna pięciu liczb jest równa 7. Do tych liczb dopisano liczbę 13. Średnia arytmetyczna sześciu liczb jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** 7 **B.** 10 **C.** 8 **D.** 9

**Zadanie 3. Średnia arytmetyczna liczb 3, $x$, 7, $2x$, 10, 4 jest równa 6. Oblicz $x$. Wyznacz medianę i dominantę tego zestawu liczb. Zapisz obliczenia.** ___ / 3 pkt

**Zadanie 4. Średnia wieku dziewięciu osób jest równa 30 lat. Gdy jedna osoba wyszła, średnia wieku pozostałych osób była równa 28 lat. Ile lat ma osoba, która wyszła? Zapisz obliczenia.** ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

# Sprawdzian: Statystyka – grupa A

45 minut · 20 pkt

KARTA 8/9

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 20 pkt

**Zadanie 1. Dane są liczby: 14, 3, 8, 21, 5, 9, 17.**
**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**
**Mediana tych liczb jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** 21 **B.** 9 **C.** 8 **D.** 11

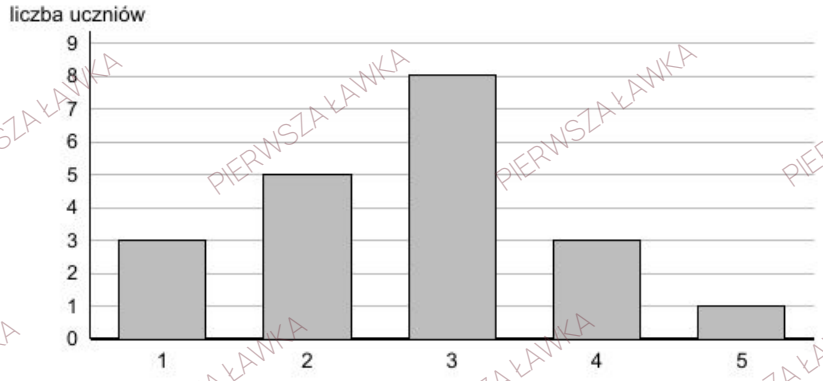
**Zadanie 2. W tabeli podano liczbę błędów w dyktandzie popełnionych przez uczniów pewnej klasy.**

| liczba błędów | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| liczba uczniów | 5 | 9 | 7 | 4 |

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**
**Średnia liczba błędów w dyktandzie jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** 6,25 **B.** 1 **C.** 1,4 **D.** 1,5

**Zadanie 3. Na diagramie przedstawiono, ile godzin w tygodniu przeznaczyło na naukę do matury 20 uczniów (na osi poziomej – liczba godzin, na osi pionowej – liczba uczniów).**
**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.** ___ / 1 pkt




| | | |
|---|---|---|
| 1. Mediana czasu nauki jest równa 3 godziny. | **P** | **F** |
| 2. Średni czas nauki jest większy od mediany czasu nauki. | **P** | **F** |

**Zadanie 4. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**
**Średnia arytmetyczna czterech liczb jest równa 10, a średnia arytmetyczna sześciu innych liczb jest równa 15. Średnia arytmetyczna wszystkich dziesięciu liczb jest równa** ___ / 1 pkt

**A.** 13 **B.** 14 **C.** 12,5 **D.** 25

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

# Statystyka – kartkówki, sprawdzian i karty pracy z powtórką, matematyka, klasa 3 LO i technikum (zakres podstawowy)

Podgląd pokazał 10 z 31 stron. Pełna wersja: 31 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Statystyka – najważniejsze wiadomości – 3 zadania, 7 pkt
- Karta 2: Statystyka – ćwiczenia – 7 zadań, 16 pkt
- Karta 3: Statystyka – zadania typu maturalnego – 7 zadań, 13 pkt
- Karta 4: Kartkówka 1: średnia, mediana, dominanta – grupa A – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 5: Kartkówka 1: średnia, mediana, dominanta – grupa B – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 6: Kartkówka 2: tabela, diagram, średnia ważona – grupa A – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 7: Kartkówka 2: tabela, diagram, średnia ważona – grupa B – 4 zadania, 8 pkt
- Karta 8: Sprawdzian: Statystyka – grupa A – 10 zadań, 20 pkt
- Karta 9: Sprawdzian: Statystyka – grupa B – 10 zadań, 20 pkt Karta 1 przypomina teorię i pokazuje przykłady rozwiązane krok po kroku.

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail
pierwszalawka.pl/material/matematyka-liceum-klasa-3-dzial-05-statystyka