Rozumowanie i zadania wieloetapowe – najważniejsze wiadomości

Teoria w pigułce, przykłady i rozgrzewka

KARTA 1/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 5 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Zapis rozwiązania:** Dane i szukane → oznaczenia (np. x – liczba biletów ulgowych) → kolejne kroki z krótkim opisem („Obliczam wysokość trapezu”) → sprawdzenie z treścią zadania → odpowiedź pełnym zdaniem, z jednostką.
- **„Uzasadnij, że…”:** rozumuj **ogólnie** – na literach albo na własnościach figur. Nazwij każdą własność, z której korzystasz. Na końcu napisz **wniosek**, który powtarza tezę: „…, zatem …”. Kilka przykładów **nie** jest uzasadnieniem, ale **jeden** kontrprzykład wystarczy, żeby pokazać, że zdanie jest fałszywe.

Liczba	Zapis ogólny (n – liczba naturalna)
parzysta	$2n$
nieparzysta	$2n + 1$
trzy kolejne liczby	n, $n + 1$, $n + 2$
wielokrotność liczby 5	$5n$
liczba dająca resztę 2 z dzielenia przez 3	$3n + 2$

- **Metoda prób i błędów** jest dozwolona na egzaminie. Zapisz ją w tabeli: w każdej próbie sprawdź **wszystkie** warunki zadania, zrób co najmniej **dwie** pełne próby i wyraźnie wskaż zestaw, który pasuje.

bilety normalne (15 zł)	bilety ulgowe (10 zł)	liczba biletów	koszt	czy pasuje?
10	10	20	$10 \cdot 15 + 10 \cdot 10 =$ 250 zł	**nie** (za dużo)
8	12	20	$8 \cdot 15 + 12 \cdot 10 = 240$ zł	**tak**

- **Zadania na literach:** gdy długość jest oznaczona literą a, zapisuj wyrażenia i przekształcaj je. Podstawienie liczby za a daje 0 pkt.
- **Zadanie wieloetapowe:** ułóż plan (co obliczę najpierw, co potem), wykorzystaj wszystkie dane z treści, rysunku i tabeli. Zaokrąglaj zgodnie z sytuacją: opakowania kupujemy w górę (9,6 → 10 paczek), całe przedmioty z materiału – w dół (12,5 → 12 świec).

PRZYKŁADY Z WYJAŚNIENIEM

Przykład 1. Uzasadnij, że suma trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 3.

Oznaczam kolejne liczby: n, $n + 1$, $n + 2$, gdzie n jest liczbą naturalną.

Suma: $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$.

Wniosek: suma jest iloczynem liczby 3 i liczby naturalnej $n + 1$, zatem jest podzielna przez 3.

Przykład 2. Za 20 biletów do muzeum zapłacono 240 zł. Bilet normalny kosztuje 15 zł, a ulgowy – 10 zł. Ile kupiono biletów normalnych?

I sposób (równanie). x – liczba biletów normalnych, $20 - x$ – ulgowych. $15x + 10(20 - x) = 240$, $5x + 200 = 240$, $x = 8$.

II sposób (próby w tabeli) – zobacz tabelę w teorii: próba 10 i 10 daje 250 zł, próba 8 i 12 daje 240 zł.

Odpowiedź: Kupiono 8 biletów normalnych (i 12 ulgowych).

Przykład 3. Prostokąt ma boki długości a i $2a$. Kwadrat ma taki sam obwód. Która figura ma większe pole?

Obwód prostokąta: $2 \cdot a + 2 \cdot 2a = 6a$. Bok kwadratu: $6a : 4 = 1{,}5a$.

Pole prostokąta: $a \cdot 2a = 2a^2$. Pole kwadratu: $(1{,}5a)^2 = 2{,}25a^2$.

Wniosek: $2{,}25a^2 > 2a^2$, więc kwadrat ma większe pole (o $0{,}25a^2$).

Przykład 4. Kąty trójkąta mają miary α, 2α i 3α. Uzasadnij, że ten trójkąt jest prostokątny.

Suma kątów trójkąta jest równa 180°: $\alpha + 2\alpha + 3\alpha = 180°$, $6\alpha = 180°$, $\alpha = 30°$.

Największy kąt: $3\alpha = 3 \cdot 30° = 90°$.

Wniosek: jeden z kątów trójkąta jest prosty, zatem trójkąt jest prostokątny.

ZADANIA

Zadanie 1. Która liczba jest kontrprzykładem dla zdania: „Każda liczba pierwsza jest nieparzysta”? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. ___ / 1 pkt

A. 2 **B.** 15 **C.** 1 **D.** 9

Zadanie 2. Liczba n jest dowolną liczbą naturalną. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Liczba $n(n + 1)$ jest nieparzysta.	**P**	**F**
2. Liczba $2n + 1$ jest nieparzysta.	**P**	**F**

Zadanie 3. Liczba n jest liczbą naturalną. Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D. ___ / 1 pkt

Suma trzech kolejnych liczb naturalnych, z których najmniejsza to n, jest równa **(A. $3n + 2$/B. $3n + 3$)**. Suma liczb nieparzystych $2n + 1$ i $2n + 3$ jest zawsze podzielna przez **(C. 3/D. 4)**.

Podgląd • Pierwsza Ławka

Rozumowanie i zadania wieloetapowe – ćwiczenia podstawowe

Sprawdzam, czy rozumiem podstawy

KARTA 2/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

Zadanie 1. Uzasadnij, że różnica kwadratów dwóch kolejnych liczb naturalnych jest liczbą nieparzystą. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 2. W wypożyczalni są rowery (2 koła), rowery trójkołowe (3 koła) i gokarty (4 koła) – razem 20 pojazdów, które mają 60 kół. Rowerów trójkołowych jest dwa razy więcej niż rowerów. Oblicz, ile gokartów jest w wypożyczalni. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 3. Bok kwadratu o długości *a* wydłużono o 2. O ile zwiększyło się pole tego kwadratu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. ___ / 1 pkt

A. o $2a + 4$ **B.** o $4a$ **C.** o 4 **D.** o $4a + 4$

Zadanie 4. Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D. ___ / 1 pkt

Suma dwóch liczb nieparzystych jest zawsze liczbą **(A. parzystą/B. nieparzystą)**. Iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych dodatnich jest zawsze podzielny przez **(C. 5/D. 6)**.

Podgląd • Pierwsza Ławka

Rozumowanie i zadania wieloetapowe – utrwalenie

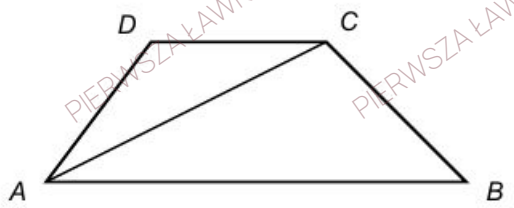
KARTA 3/6

Zadania o wyższym poziomie trudności

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

Zadanie 1. W trapezie ABCD boki AB i CD są równoległe, a boki AD i DC mają równe długości (zobacz rysunek). Uzasadnij, że kąty DAC i CAB mają równe miary. Zapisz obliczenia.

___ / 2 pkt



Zadanie 2. Pociąg przejechał 60 km w ciągu 45 minut. Uzasadnij, że jadąc z tą samą prędkością, pociąg przejedzie 100 km w czasie krótszym niż 1 godzina 20 minut. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt

Zadanie 3. Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 6 cm i 8 cm. Ile jest równa średnia arytmetyczna długości wszystkich boków tego trójkąta? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

___ / 1 pkt

A. 24 cm **B.** 8 cm **C.** 10 cm **D.** 7 cm

Zadanie 4. Sześcian ma krawędź długości *a*. Podstawą ostrosłupa jest dolna ściana sześcianu, a wierzchołek ostrosłupa leży na górnej ścianie. Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D. ___ / 1 pkt

Objętość tego ostrosłupa jest równa **(A. $\frac{1}{3}a^3$/B. $\frac{1}{6}a^3$)**. Objętość sześcianu jest większa od objętości ostrosłupa **(C. 3 razy/D. 6 razy)**.

Zadanie 5. Losujemy jedną liczbę spośród liczb naturalnych od 1 do 30. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Prawdopodobieństwo wylosowania liczby podzielnej przez 6 jest równe $\frac{1}{5}$.	**P**	**F**
2. Prawdopodobieństwo wylosowania liczby podzielnej przez 4 i przez 6 jest równe $\frac{1}{15}$.	**P**	**F**

PIERWSZA ŁAWKA

Rozumowanie i zadania wieloetapowe – w praktyce

KARTA 4/6

Tekst, źródło, doświadczenie lub sytuacja z życia

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 8 pkt

Zadanie 1. Taras ma kształt prostokąta o wymiarach 6 m i 4,5 m. Pan Tomasz wyłoży go kwadratowymi płytkami o boku 30 cm, bez przycinania płytek. Płytki są sprzedawane w paczkach po 10 sztuk, a paczka kosztuje 72 zł. Oblicz koszt zakupu płytek na cały taras. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 2. Jeden bok prostokąta wydłużono o 20%, a drugi skrócono o 20%. Uzasadnij, że pole prostokąta zmniejszyło się o 4%. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 3. Ania miała trzy razy więcej naklejek niż Bartek. Gdy dała Bartkowi 12 naklejek, oboje mieli tyle samo. Ile naklejek miała Ania na początku? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. ___ / 1 pkt

A. 12 **B.** 48 **C.** 36 **D.** 24

PIERWSZA ŁAWKA

Sprawdzian: Rozumowanie i zadania wieloetapowe – grupa A

25 minut · 10 pkt

KARTA 5/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

Zadanie 1. Które zdanie jest prawdziwe dla każdej liczby naturalnej n? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. ___ / 1 pkt

A. Liczba $2n + 2$ jest parzysta.

B. Liczba n^2 jest parzysta.

C. Liczba $n + 5$ jest nieparzysta.

D. Liczba $3n$ jest nieparzysta.

Zadanie 2. Rozważamy cztery kolejne liczby naturalne: n, $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$. Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D. ___ / 1 pkt

Suma tych liczb jest równa **(A. $4n + 6$/B. $4n + 4$)**. Ta suma przy dzieleniu przez 4 daje resztę **(C. 0/D. 2)**.

Zadanie 3. Prostokąt ma boki długości a i $2a$. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Obwód tego prostokąta jest równy $6a$.	**P**	**F**
2. Przekątna tego prostokąta ma długość $3a$.	**P**	**F**

Zadanie 4. Za 3 zeszyty i 2 długopisy zapłacono 19 zł. Długopis jest o 2 zł droższy od zeszytu. Ile kosztuje zeszyt? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. ___ / 1 pkt

A. 3,80 zł **B.** 5 zł **C.** 3 zł **D.** 2 zł

Zadanie 5. Bilet normalny do kina kosztuje 24 zł, a ulgowy – 16 zł. Za 28 biletów klasa zapłaciła razem 512 złotych. Oblicz, ile klasa zapłaciła za bilety ulgowe. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

PIERWSZA ŁAWKA

Sprawdzian: Rozumowanie i zadania wieloetapowe – grupa B

25 minut · 10 pkt

KARTA 6/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 10 pkt

Zadanie 1. Które zdanie jest prawdziwe dla każdej liczby naturalnej *n*? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. ___ / 1 pkt

A. Liczba $2n + 1$ jest podzielna przez 3.
B. Liczba $4n + 3$ jest nieparzysta.
C. Liczba $n + 2$ jest parzysta.
D. Liczba $5n$ jest nieparzysta.

Zadanie 2. Rozważamy trzy kolejne liczby parzyste: $2n$, $2n + 2$, $2n + 4$. Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D. ___ / 1 pkt

Suma tych liczb jest równa **(A. $6n + 4$/B. $6n + 6$)**. Ta suma jest zawsze podzielna przez **(C. 6/D. 12)**.

Zadanie 3. Trójkąt prostokątny równoramienny ma przyprostokątne długości *a*. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Obwód tego trójkąta jest równy $3a$.	**P**	**F**
2. Pole tego trójkąta jest równe $\frac{a^2}{2}$.	**P**	**F**

Zadanie 4. Za 4 zeszyty i 2 długopisy zapłacono 22 zł. Długopis jest o 1 zł tańszy od zeszytu. Ile kosztuje zeszyt? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. ___ / 1 pkt

A. 4 zł **B.** 5,50 zł **C.** 5 zł **D.** 3 zł

Zadanie 5. Bilet normalny do teatru kosztuje 20 zł, a ulgowy – 14 zł. Za 30 biletów klasa zapłaciła razem 480 złotych. Oblicz, ile klasa zapłaciła za bilety ulgowe. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Egzamin ósmoklasisty 2027 z matematyki – powtórka H: Rozumowanie i zadania wieloetapowe (karty pracy, testy A i B, zasady oceniania)

Podgląd pokazał 8 z 24 stron. Pełna wersja: 24 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Rozumowanie i zadania wieloetapowe – najważniejsze wiadomości – 5 zadań, 5 pkt
- Karta 2: Rozumowanie i zadania wieloetapowe – ćwiczenia podstawowe – 5 zadań, 8 pkt
- Karta 3: Rozumowanie i zadania wieloetapowe – utrwalenie – 5 zadań, 8 pkt
- Karta 4: Rozumowanie i zadania wieloetapowe – w praktyce – 5 zadań, 8 pkt
- Karta 5: Sprawdzian: Rozumowanie i zadania wieloetapowe – grupa A – 6 zadań, 10 pkt
- Karta 6: Sprawdzian: Rozumowanie i zadania wieloetapowe – grupa B – 6 zadań, 10 pkt Zadania mają formę jak na egzaminie: zamknięte (wybór, prawda/fałsz, dobieranie) za 1 pkt i otwa

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/egzamin-osmoklasisty-2027-matematyka-powtorka-h-rozumowanie-i-zadania-wieloetapo