PIERWSZA ŁAWKA · NAJCZĘSTSZE ZADANIA MATURALNE · PR · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM ROZSZERZONY

F. Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne

Twierdzenie sinusów i cosinusów, rozwiązywanie trójkątów (miara kąta, przypadek dwóch trójkątów, „ekierki” zamiast długich rachunków), pola, czworokąty wpisane w okrąg i opisane na okręgu (zadanie za 6 pkt), dowody geometryczne za 3–4 pkt z pełnym uzasadnieniem (podobieństwo, twierdzenie Pitagorasa, kąty w okręgu, czworokąty opisane). Sześć kart: wzorcowe rozwiązania i zasady oceniania CKE, trening, zadania na poziomie matury, zadania trudniejsze i test w grupach A i B – z kluczem i schematami punktowania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE** Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka	4 zad. 9 pkt
2	**Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – trening** Zadania krok po kroku	7 zad. 19 pkt
3	**Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – zadania na poziomie matury** Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026	6 zad. 25 pkt
4	**Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – zadania trudniejsze** Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu	5 zad. 20 pkt
5	**Test: Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – grupa A** 55 minut · 17 pkt	5 zad. 17 pkt
6	**Test: Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – grupa B** 55 minut · 17 pkt	5 zad. 17 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe, typowe uwagi w zasadach oceniania) oraz wzorcowe rozwiązania krok po kroku.
- Karty 2–4 prowadzą od treningu, przez zadania na poziomie matury, do zadań trudniejszych.
- Karty 5 i 6 to równoległy test (grupa A i B) z punktacją jak na maturze.
- Klucz zawiera odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania w stylu CKE 2026.

- Osobny plik „Powtórka” zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy z sprawozdań CKE i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: VII.3, VII.R7–VII.R8, VIII.1–VIII.12, VIII.R1–VIII.R2; cele ogólne III.2, IV.1–IV.4; dowody PR pkt 6, 8, 9. Częstość na maturze: dowód planimetryczny – w 4 z 4 arkuszy majowych PR 2023–2026 (14 pkt, po 3–4 pkt, poziom wykonania 15–36%) i w 3 arkuszach diagnostycznych; planimetria obliczeniowa (tw. sinusów i cosinusów, czworokąty wpisane i opisane, pola) – w 4 z 4 (17 pkt, 3–6 pkt) i w 2 diagnostycznych. Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

PIERWSZA ŁAWKA

Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE

Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Gdzie w arkuszu.** Planimetria daje najwięcej punktów na maturze rozszerzonej (31 pkt w latach 2023–2026). Co roku jest **dowód geometryczny** za 3–4 pkt (poziom wykonania 36%, 15%, 29%, 19% – najtrudniejsze zadanie arkusza) i **zadanie obliczeniowe** za 3–6 pkt: czworokąt opisany (2023), pola w kwadracie (2024), rozwiązanie trójkąta – miara kąta (2025, tylko 17%), czworokąt wpisany i opisany (2026, 6 pkt, 50%).

Co wiesz o trójkącie	Czego użyć
dwa boki i kąt między nimi	twierdzenie cosinusów – trzeci bok; pole $\frac{1}{2}ab\sin\gamma$
trzy boki	twierdzenie cosinusów – kąt (najpierw największy, naprzeciw najdłuższego boku)
bok i kąt naprzeciw niego (lub promień R)	twierdzenie sinusów: $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$
dwa boki i kąt naprzeciw jednego z nich	tw. cosinusów (równanie kwadratowe) albo sinusów – możliwe dwa trójkąty: „Rozważ wszystkie przypadki”
kąty 30°, 45°, 60°, 120°, 135°	wysokość i „ekierki” – często najkrótsza droga

- **„Ekierki”.** Połowa trójkąta równobocznego: przyprostokątne a i $a\sqrt{3}$, przeciwprostokątna $2a$ (naprzeciw 30° – najkrótszy bok). Połowa kwadratu: a, a, $a\sqrt{2}$. CKE w sprawozdaniu 2025 wskazuje, że zdający rzadko korzystali z tej drogi i gubili się w rachunkach na pierwiastkach. Oznacz na rysunku szukany kąt, poprowadź wysokość, policz odcinki – kąt odczytasz z „ekierki”.
- **Czworokąty.** Na czworokącie wypukłym można opisać okrąg ⇔ sumy przeciwległych kątów są równe 180°. W czworokąt wypukły można wpisać okrąg ⇔ $|AB| + |CD| = |BC| + |AD|$; wtedy $P = r \cdot p$ (p – połowa obwodu). Czworokąt wpisany dzieli przekątna na dwa trójkąty z tym samym R i kątami β oraz $180° - \beta$, więc $\cos(180° - \beta) = -\cos\beta$ w twierdzeniu cosinusów.

Pkt	Czworokąt wpisany i opisany – drabinka 6 pkt (jak zasady CKE 2026)
1–3	po jednym punkcie za każdy warunek: kąt przeciwległy ($180° - \beta$), sumy boków (czworokąt opisany), przekątna z twierdzenia cosinusów
4	równanie z jedną niewiadomą albo układ dwóch równań – „zasadnicze trudności”
5	oba szukane boki
6	pole (albo inna wielkość z polecenia)

Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – trening

KARTA 2/6

Zadania krok po kroku

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 19 pkt

Zadanie 1. W trójkącie *ABC*: $|BC| = 9$ i $|\sphericalangle BAC| = 135°$. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Zadanie 2. Trójkąt ma boki długości 7, 33 i 37. Oblicz miarę największego kąta tego trójkąta i jego pole. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 3. W trójkącie *ABC*: $|\sphericalangle BAC| = 45°$, $|\sphericalangle ACB| = 30°$, $|AB| = 4$. Oblicz długości boków *BC* i *AC*. Zapisz obliczenia. ___ / 3 pkt

Zadanie 4. Czworokąt *ABCD* jest wpisany w okrąg. Miary kątów *A*, *B*, *C* są w stosunku 2 : 3 : 7. Oblicz miary wszystkich kątów czworokąta. Zapisz obliczenia. ___ / 2 pkt

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom rozszerzony) – najczęstsze zadania: Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne (karty pracy, test A i B,...

Podgląd pokazał 4 z 31 stron. Pełna wersja: 31 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 2: Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – trening – 7 zadań, 19 pkt
- Karta 3: Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – zadania na poziomie matury – 6 zadań, 25 pkt
- Karta 4: Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – zadania trudniejsze – 5 zadań, 20 pkt
- Karta 5: Test: Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – grupa A – 5 zadań, 17 pkt
- Karta 6: Test: Planimetria obliczeniowa i dowody geometryczne – grupa B – 5 zadań, 17 pkt

Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe i uwagi z zasad oceniania)

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-rozszerzona-najczestsze-zadania-f-planimetria-obliczeniowa