PIERWSZA ŁAWKA · NAJCZĘSTSZE ZADANIA MATURALNE · PP · MATEMATYKA · MATURA 2027 · POZIOM PODSTAWOWY

J. Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe

Kąty w graniastosłupach i ostrosłupach (krawędź, ściana, przekątna a podstawa), trójkąty robocze, objętość i pole z trygonometrią, walec, stożek (kąt rozwarcia, tworząca, rozwinięcie), kula, bryły podobne (k, k^2, k^3) – zadania 25–28 arkusza podstawowego. Sześć kart: wzorcowe rozwiązania i zasady oceniania CKE, trening, zadania na poziomie matury, zadania trudniejsze i test w grupach A i B – z kluczem i schematami punktowania.

Karta	Temat	Zadania
1	**Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE** Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka	4 zad. 9 pkt
2	**Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – trening** Zadania krok po kroku	7 zad. 16 pkt
3	**Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – zadania na poziomie matury** Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026	6 zad. 12 pkt
4	**Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – zadania trudniejsze** Dla ambitnych – nietypowe ujęcia tego samego typu	5 zad. 13 pkt
5	**Test: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – grupa A** 35 minut · 12 pkt	6 zad. 12 pkt
6	**Test: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – grupa B** 35 minut · 12 pkt	6 zad. 12 pkt

JAK KORZYSTAĆ Z ZESTAWU

- Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe, typowe uwagi w zasadach oceniania) oraz wzorcowe rozwiązania krok po kroku.
- Karty 2–4 prowadzą od treningu, przez zadania na poziomie matury, do zadań trudniejszych.
- Karty 5 i 6 to równoległy test (grupa A i B) z punktacją jak na maturze.
- Klucz zawiera odpowiedzi, przykładowe pełne rozwiązania i zasady oceniania w stylu CKE 2026.

- Osobny plik „Powtórka” zbiera wzory (z podziałem: są w karcie wzorów / trzeba pamiętać), typowe błędy z sprawozdań CKE i test „Sprawdź się”.

Materiał oryginalny – żadne zadanie nie jest kopią zadania CKE. Podstawa programowa LO i technikum w brzmieniu z 2024 r. (Dz.U. 2024 poz. 1019). Wymagania: X.1–X.6 (+ VII.4); cele ogólne III.1, III.3, IV.4. Częstość na maturze: stereometria – w 4 z 4 arkuszy majowych 2023–2026 (3–5 pkt w każdym, łącznie 15 pkt); ostrosłup – 3 z 4 (4 pozycje, 8 pkt) i 6 z 6 arkuszy diagnostycznych; bryły obrotowe – 2025 i 2026 (otwarte 3 pkt i zamknięte); bryły podobne – 2024 (23%). Do użytku własnego i pracy z własnymi uczniami.

PIERWSZA ŁAWKA

Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE

Wzorcowe rozwiązania, pułapki, rozgrzewka

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 9 pkt

PRZYPOMNIJ SOBIE

- **Gdzie w arkuszu.** Stereometria to zadania 25–28 arkusza PP: co roku 3–5 punktów, zwykle jedno zadanie zamknięte i jedno otwarte za 2–4 punkty („Oblicz objętość… Zapisz obliczenia."). W 2023 r. otwarte zadanie z ostrosłupem rozwiązało 53% zdających, w 2026 r. – 43%. Od 2025 r. wracają bryły obrotowe (stożek i walec), a zadanie o bryłach podobnych z 2024 r. rozwiązało tylko 23% zdających.
- **Trójkąt roboczy – rysuj go osobno.** W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCDS$ (O – środek podstawy, E – środek krawędzi BC) są trzy trójkąty prostokątne: SOA (wysokość H, połowa przekątnej podstawy $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, krawędź boczna), SOE (wysokość H, $\frac{a}{2}$, wysokość ściany h_s) i SEB (h_s, $\frac{a}{2}$, krawędź boczna). W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym środek podstawy dzieli wysokość trójkąta równobocznego w stosunku 2 : 1: $|OA| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $|OM| = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.
- **Jak rozpoznać kąt.** Kąt nachylenia krawędzi bocznej do podstawy – między krawędzią a jej rzutem ($\sphericalangle SAO$). Kąt nachylenia ściany bocznej do podstawy – między dwoma odcinkami prostopadłymi do wspólnej krawędzi ($\sphericalangle SEO$, E – środek krawędzi podstawy). Kąt nachylenia przekątnej graniastosłupa do podstawy – między przekątną bryły a przekątną podstawy. Zapisz na rysunku, który to kąt, i dopiero potem licz.
- **Bryły obrotowe.** W stożku: $l^2 = r^2 + h^2$, kąt nachylenia tworzącej do podstawy leży przy promieniu, a kąt rozwarcia to kąt przy wierzchołku w trójkącie o bokach l, l, $2r$ – jego połowa leży w trójkącie prostokątnym o bokach r, h, l. Walec: $V = \pi r^2 h$, $P_b = 2\pi rh$. Kula: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, $P = 4\pi r^2$ (wzory są w karcie wzorów).
- **Bryły podobne.** Gdy bryła F_2 jest podobna do F_1 w skali k, to długości rosną k razy, pola – k^2 razy, a objętości – k^3 razy. Z ilorazu objętości najpierw wyznacz k (pierwiastek stopnia 3), dopiero potem stosunek pól: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{27}{8}$, więc $k = \frac{3}{2}$ i $\frac{P_2}{P_1} = \frac{9}{4}$.

Zadanie CKE	Kamienie milowe (drabinka)	Uwagi w zasadach oceniania
ostrosłup, 2 pkt (2026)	1 pkt – wysokość bryły albo pole podstawy; 2 pkt – objętość	inna bryła niż w treści – 0 pkt
stożek, 3 pkt (2025)	1 pkt – r albo h (albo r^2); 2 pkt – r i h; 3 pkt – objętość	przyjęcie trójkąta równobocznego albo $h = l$ – 0 pkt

Przykład 3. (zadanie „wpisz”, 2 pkt) Objętość stożka S_2 jest równa 250π, a objętość podobnego do niego stożka S_1 jest równa 16π. Pole powierzchni całkowitej stożka S_1 jest równe 12π. Oblicz skalę podobieństwa i pole powierzchni całkowitej stożka S_2.

$k^3 = \frac{250\pi}{16\pi} = \frac{125}{8}$, więc $k = \frac{5}{2}$ (pierwiastek stopnia 3, nie kwadratowy).

Pola rosną $k^2 = \frac{25}{4}$ razy: $P_2 = 12\pi \cdot \frac{25}{4} = 75\pi$.

Najczęstszy błąd (2024 r.): mnożenie pola przez $\frac{125}{8}$ albo przez $\frac{5}{2}$.

Przykład 4. (zadanie zamknięte, 1 pkt) Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 4, a wysokość graniastosłupa jest równa 2. Oblicz sinus i tangens kąta nachylenia przekątnej graniastosłupa do płaszczyzny podstawy.

Kąt α leży między przekątną AG a przekątną podstawy AC; trójkąt ACG jest prostokątny ($\sphericalangle ACG = 90°$).

Sposób I. $|AC| = 4\sqrt{2}$, $|AG| = \sqrt{32 + 4} = 6$, więc $\sin\alpha = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Sposób II. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{|CG|}{|AC|} = \frac{2}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ – bez liczenia przekątnej bryły.

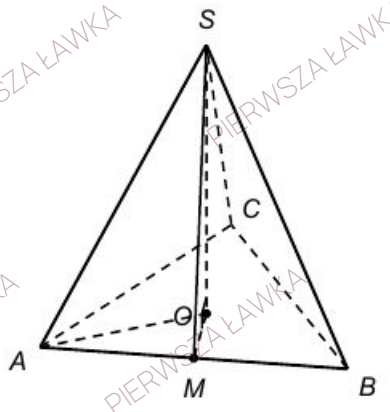
Dystraktor: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{4}$ – to kąt przekątnej **ściany bocznej**, a nie bryły.

ZADANIA

Zadanie 1. Oblicz. ___ / 4 pkt

1. przekątna kwadratu o boku 5: _____
2. wysokość trójkąta równobocznego o boku 8: _____
3. objętość walca o promieniu podstawy 2 i wysokości 9: _____
4. objętość stożka o promieniu podstawy 3 i wysokości 5: _____

Zadanie 2. Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny *ABCS*. Punkt *O* jest środkiem podstawy, a *M* – środkiem krawędzi *AB* (zobacz rysunek). Kątem nachylenia ściany bocznej *ABS* do płaszczyzny podstawy jest kąt ___ / 1 pkt



A. $\sphericalangle SBO$ **B.** $\sphericalangle SMO$ **C.** $\sphericalangle OSM$ **D.** $\sphericalangle SMB$

Podgląd • Pierwsza Ławka

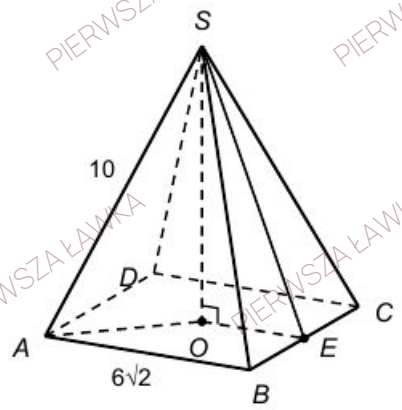
Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – trening

Zadania krok po kroku

KARTA 2/6

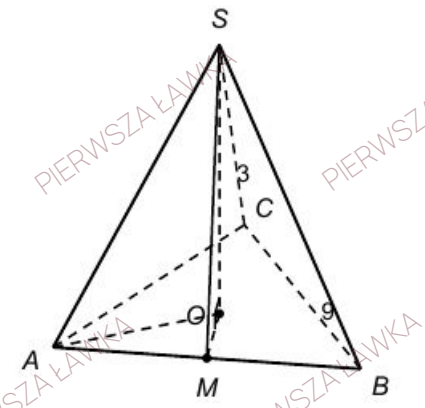
Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 16 pkt

Zadanie 1. Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość $6\sqrt{2}$, a krawędź boczna – długość 10. Objętość tego ostrosłupa jest równa ___ / 1 pkt



A. 192 **B.** $120\sqrt{2}$ **C.** 576 **D.** 96

Zadanie 2. Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego trójkątnego *ABCS* ma długość 9, a wysokość ostrosłupa jest równa 3 (zobacz rysunek). Uzupełnij. ___ / 4 pkt



1. $|OA|$ = _____
2. długość krawędzi bocznej: _____
3. miara kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy: _____
4. objętość ostrosłupa: _____

Zadanie 3. Promień podstawy stożka jest równy 15, a pole powierzchni bocznej stożka jest równe 255π. Oblicz objętość stożka. ___ / 3 pkt

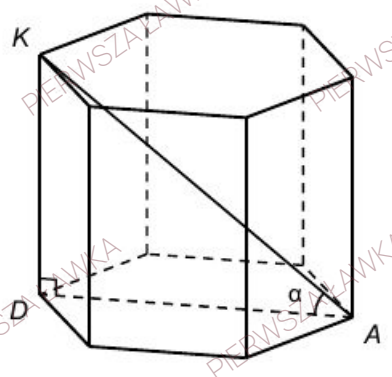
Zadanie 4. Pole powierzchni bocznej walca jest dwa razy większe od pola jednej jego podstawy, a pole powierzchni całkowitej walca jest równe 64π. Objętość tego walca jest równa ___ / 1 pkt

A. 32π **B.** 128π **C.** 64π **D.** 256π

Zadanie 5. Stożki S_1 i S_2 są podobne, a stosunek ich wysokości jest równy 2 : 5. Oceń, czy zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F). ___ / 3 pkt

1. Stosunek pól powierzchni całkowitych stożków S_1 i S_2 jest równy 4 : 25.	**P**	**F**
2. Stosunek objętości stożków S_1 i S_2 jest równy 4 : 25.	**P**	**F**
3. Stosunek promieni podstaw stożków S_1 i S_2 jest równy 2 : 5.	**P**	**F**

Zadanie 6. Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 2, a wysokość graniastosłupa jest równa $4\sqrt{3}$ (zobacz rysunek). Najdłuższa przekątna *AK* tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem ___ / 1 pkt



A. 45° **B.** 30° **C.** 75° **D.** 60°

Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – zadania na poziomie matury

KARTA 3/6

Polecenia i punktacja jak w arkuszach CKE 2025–2026

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 12 pkt

Zadanie 1. Ściana boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°, a wysokość ściany bocznej ma długość 10.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Objętość tego ostrosłupa jest równa ___ / 1 pkt

A. $\frac{1000}{3}$ **B.** $\frac{500\sqrt{3}}{3}$

C. $500\sqrt{3}$ **D.** $\frac{250\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 2. Kąt rozwarcia stożka ma miarę 60°, a tworząca stożka ma długość 14.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Pole powierzchni całkowitej tego stożka jest równe ___ / 1 pkt

A. 98π **B.** 196π **C.** 147π **D.** 245π

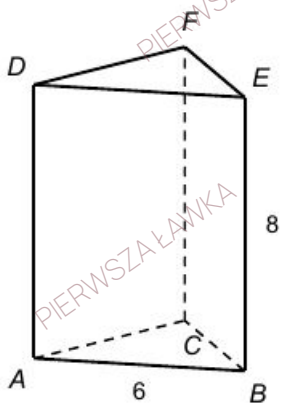
Zadanie 3. Graniastosłupy G_1 i G_2 są podobne. Stosunek pola powierzchni całkowitej graniastosłupa G_2 do pola powierzchni całkowitej graniastosłupa G_1 jest równy $\frac{9}{4}$. Objętość graniastosłupa G_1 jest równa 40.
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. Skala podobieństwa graniastosłupa G_2 do graniastosłupa G_1 jest równa _____ .
2. Objętość graniastosłupa G_2 jest równa _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

Zadanie 4. Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość 6, a wysokość graniastosłupa jest równa 8 (zobacz rysunek).
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

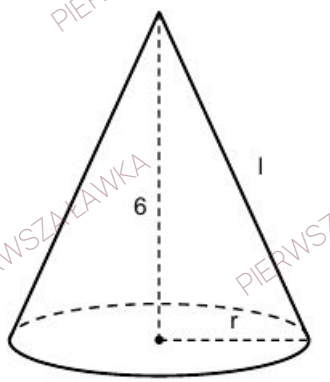
___ / 1 pkt



1. Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe $144 + 18\sqrt{3}$.	**P**	**F**
2. Objętość tego graniastosłupa jest równa $144\sqrt{3}$.	**P**	**F**

Zadanie 5. Pole powierzchni bocznej stożka jest dwa razy większe od pola jego podstawy. Wysokość stożka jest równa 6. Oblicz objętość tego stożka i miarę jego kąta rozwarcia. Zapisz obliczenia.

___ / 3 pkt



Test: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – grupa B

35 minut · 12 pkt

KARTA 6/6

Imię i nazwisko: ..... Data: ..... Wynik: ..... / 12 pkt

Zadanie 1. Promień podstawy stożka jest równy 16, a tworząca stożka ma długość 20.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Objętość tego stożka jest równa ___ / 1 pkt

A. 3072π **B.** $\frac{5120\pi}{3}$ **C.** 1024π **D.** 256π

Zadanie 2. Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 6, a wysokość ostrosłupa jest równa $3\sqrt{3}$.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Kąt nachylenia ściany bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy ma miarę ___ / 1 pkt

A. 60° **B.** 45° **C.** 90° **D.** 30°

Zadanie 3. Walec W_2 jest podobny do walca W_1 w skali 5.
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. ___ / 1 pkt

1. Objętość walca W_2 jest 125 razy większa od objętości walca W_1.	**P**	**F**
2. Pole powierzchni całkowitej walca W_2 jest 10 razy większe od pola powierzchni całkowitej walca W_1.	**P**	**F**

Zadanie 4. Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 4, a wysokość graniastosłupa jest równa 7.
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe. ___ / 2 pkt

1. Przekątna tego graniastosłupa ma długość _____ .
2. Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe _____ .

Podgląd • Pierwsza Ławka

CO JESZCZE JEST W ŚRODKU

Matura 2027 z matematyki (poziom podstawowy) – najczęstsze zadania: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe (karty pracy, test A i...

Podgląd pokazał 9 z 28 stron. Pełna wersja: 28 stron A4, PDF do druku i DOCX do edycji.

- Karta 1: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – jak rozwiązywać i jak oceni to CKE – 4 zadania, 9 pkt
- Karta 2: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – trening – 7 zadań, 16 pkt
- Karta 3: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – zadania na poziomie matury – 6 zadań, 12 pkt
- Karta 4: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – zadania trudniejsze – 5 zadań, 13 pkt
- Karta 5: Test: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – grupa A – 6 zadań, 12 pkt
- Karta 6: Test: Stereometria: graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe – grupa B – 6 zadań, 12 pkt Karta 1 pokazuje, jak CKE ocenia ten typ zadań (kamienie milowe i uwagi z zasad

Kup pełną wersję – plik od razu na e-mail

pierwszalawka.pl/material/matura-2027-matematyka-podstawowa-najczestsze-zadania-j-stereometria-graniastosl